

Análisis de la Varianza con SPSS

Azuela Flores, José Ignacio

Análisis de la Varianza con SPSS /José Ignacio Azuela Flores .—Ciudad de México : Colofón ;
Universidad Autónoma de Tamaulipas, 2020.

94 págs. ; 17 x 23 cm.

1. Estadística 2. Análisis de varianza

LC: **QA279 A98**

DEWEY: **519.5 A98**

Centro Universitario Victoria

Centro de Gestión del Conocimiento. Tercer Piso

Cd. Victoria, Tamaulipas, México. C.P. 87149

consejopublicacionesuat@outlook.com

D. R. © 2020 Universidad Autónoma de Tamaulipas

Matamoros SN, Zona Centro Ciudad Victoria, Tamaulipas C.P. 87000

Consejo de Publicaciones UAT

Tel. (52) 834 3181-800 • extensión: 2948 • *www.uat.edu.mx*



Fomento Editorial Una edición del Departamento de Fomento Editorial
de la Universidad Autónoma de Tamaulipas

Edificio Administrativo, planta baja, CU Victoria

Ciudad Victoria, Tamaulipas, México

Libro aprobado por el Consejo de Publicaciones UAT

ISBN UAT: 978-607-8626-88-5

Colofón

Franz Hals núm. 130, Alfonso XIII

Delegación Álvaro Obregón C.P. 01460, Ciudad de México

www.colofonlibros.com • colofonedicionesacademicas@gmail.com

ISBN: 978-607-635-084-3

Publicación financiada con recurso PFCE 2019

Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra incluido el diseño tipográfico y de portada, sea cual fuera el medio, electrónico o mecánico, sin el consentimiento del Consejo de Publicaciones UAT.

Impreso en México • *Printed in Mexico*

El tiraje consta de 400 ejemplares

Este libro fue dictaminado y aprobado por el Consejo de Publicaciones UAT mediante un especialista en la materia. Asimismo fue recibido por el Comité Interno de Selección de Obras de Colofón Ediciones Académicas para su valoración en la sesión del segundo semestre 2019, se sometió al sistema de dictaminación a “doble ciego” por especialistas en la materia, el resultado de ambos dictámenes fue positivo.

"PARA CREAR COSAS BUENAS
PRIMERO HAY QUE CREER
EN ELLAS"



UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA DE
TAMAULIPAS
— 1950-2020 —

Análisis de la Varianza con SPSS

José Ignacio Azuela Flores
AUTOR



UAT





Ing. José Andrés Suárez Fernández
PRESIDENTE

Dr. Julio Martínez Burnes
VICEPRESIDENTE

Dr. Héctor Manuel Cappello Y García
SECRETARIO TÉCNICO

C.P. Guillermo Mendoza Cavazos
VOCAL

Dra. Rosa Issel Acosta González
VOCAL

Lic. Víctor Hugo Guerra García
VOCAL

Consejo Editorial del Consejo de Publicaciones de la Universidad Autónoma de Tamaulipas

Dra. Lourdes Arizpe Slogher • Universidad Nacional Autónoma de México | **Dr. Amalio Blanco** • Universidad Autónoma de Madrid, España | **Dra. Rosalba Casas Guerrero** • Universidad Nacional Autónoma de México | **Dr. Francisco Díaz Bretones** • Universidad de Granada, España | **Dr. Rolando Díaz Lowing** • Universidad Nacional Autónoma de México | **Dr. Manuel Fernández Ríos** • Universidad Autónoma de Madrid, España | **Dr. Manuel Fernández Navarro** • Universidad Autónoma Metropolitana, México | **Dra. Juana Juárez Romero** • Universidad Autónoma Metropolitana, México | **Dr. Manuel Marín Sánchez** • Universidad de Sevilla, España | **Dr. Cervando Martínez** • University of Texas at San Antonio, E.U.A. | **Dr. Darío Páez** • Universidad del País Vasco, España | **Dra. María Cristina Puga Espinosa** • Universidad Nacional Autónoma de México | **Dr. Luis Arturo Rivas Tovar** • Instituto Politécnico Nacional, México | **Dr. Aroldo Rodrigues** • University of California at Fresno, E.U.A. | **Dr. José Manuel Valenzuela Arce** • Colegio de la Frontera Norte, México | **Dra. Margarita Velázquez Gutiérrez** • Universidad Nacional Autónoma de México | **Dr. José Manuel Sabucedo Cameselle** • Universidad de Santiago de Compostela, España | **Dr. Alessandro Soares da Silva** • Universidad de São Paulo, Brasil | **Dr. Akexandre Dorna** • Universidad de CAEN, Francia | **Dr. Ismael Vidales Delgado** • Universidad Regiomontana, México | **Dr. José Francisco Zúñiga García** • Universidad de Granada, España | **Dr. Bernardo Jiménez** • Universidad de Guadalajara, México | **Dr. Juan Enrique Marcano Medina** • Universidad de Puerto Rico-Humacao | **Dra. Ursula Oswald** • Universidad Nacional Autónoma de México | **Arq. Carlos Mario Yori** • Universidad Nacional de Colombia | **Arq. Walter Debenedetti** • Universidad de Patrimonio, Colonia, Uruguay | **Dr. Andrés Piqueras** • Universitat Jaume I, Valencia, España | **Dr. Yolanda Troyano Rodríguez** • Universidad de Sevilla, España | **Dra. María Lucero Guzmán Jiménez** • Universidad Nacional Autónoma de México | **Dra. Patricia González Aldea** • Universidad Carlos III de Madrid, España | **Dr. Marcelo Urrea** • Revista Latinoamericana de Psicología Social | **Dr. Rubén Ardila** • Universidad Nacional de Colombia | **Dr. Jorge Gissi** • Pontificia Universidad Católica de Chile | **Dr. Julio F. Villegas** • Universidad Diego Portales, Chile | **Ángel Bonifaz Ezeta** • Universidad Nacional Autónoma de México

Índice

Prefacio	9
CAPÍTULO 1	
Comparación de dos medias	11
CAPÍTULO 2	
Análisis de la Varianza (ANOVA)	33
CAPÍTULO 3	
Análisis de la Covarianza (ANCOVA)	69
Bibliografía	93



Prefacio

A lo largo del presente libro se discutirán modelos relacionados con el Análisis de la Varianza. Aunque estos modelos pueden ser aplicados con independencia del procedimiento de recolección de datos; aquí se analizarán desde el punto de vista de los experimentos. Por lo tanto, en el texto se harán menciones al diseño experimental sin que con ello pretenda ser un libro sobre experimentos.

Se discuten teóricamente los modelos pero también se ofrece una aproximación empírica para cada uno de ellos. Se utilizó el programa estadístico SPSS, dada su simplicidad. Espero que esta sea para muchos una primera aproximación al análisis de la varianza y los experimentos que los motive a seguir explorando estos temas. Más adelante, los lectores avanzados podrán estimar estos modelos con software de mayor capacidad como STATA o R.

En opinión del que suscribe, el libro goza de algunas virtudes que harán más atractiva la lectura. En primer lugar destacan sus ejemplos; se utilizaron datos de experimentos de marketing que le dan sentido a la aplicación empírica de los modelos. Asimismo, y dados los contenidos del libro, se empleó un mismo ejemplo que fue extendiéndose de acuerdo a las particularidades de cada uno de los modelos. Esto último se hizo con la intención de simplificar el texto y darle una secuencia. Otra característica del libro es que se incluyen capturas de pantalla del proceso de estimación de cada uno de los modelos a través de SPSS lo que permitirá al lector seguir paso a paso cada estimación. Finalmente, tanto las bases de datos utilizadas así como material adicional estará disponible en la siguiente página *web*: <http://www.fcat.uat.edu.mx/analisisdelavarianza>.

El libro se organiza en torno a tres capítulos. En el capítulo 1 se aborda el Estadístico t (diferencia de dos medias); se analiza el contexto en el que se tienen dos grupos; un grupo experimental y un grupo de control. Posteriormente, en el capítulo 2 se estudia el análisis de la varianza (ANOVA); aquí se aborda el caso en el que se poseen más de dos grupos; es decir, una variable experimental con tres categorías: dos grupos experimentales y un grupo de control. El libro concluye (capítulo 3) con el análisis de la covarianza (ANCOVA), en este capítulo se aborda el caso en el que se tiene una variable experimental con tres o más categorías (dos grupos de experimentales y un grupo de control) pero además se cuenta con una variable independiente adicional pero que no es experimental; es decir, se cuenta con una covariable.

Quiero finalizar estas líneas agradeciendo a todas las personas que contribuyeron a este documento. Son muchas, y cabría la posibilidad de dejar a alguna fuera; en tal caso agradezco en general a todos. Muchas gracias.

José Ignacio Azuela

1

Comparación de dos medias

En algunos casos, la investigación se centra en analizar diferencias entre grupos de personas. Esto ocurre principalmente en la investigación a través de experimentos en donde, mediante una variable experimental, se observa la respuesta de los distintos grupos. La forma más simple de hacer un experimento es empleando una sola variable independiente (o experimental) que ofrece dos condiciones. Esto significa que, en esta clase de experimentos sólo se tienen dos grupos: grupo experimental y grupo de control.

Manipular la variable independiente sistemáticamente es una herramienta de investigación muy poderosa porque va más allá de simplemente utilizar datos observables. En este capítulo se aborda la metodología estadística apropiada cuando se tiene el experimento más sencillo posible: cuando se tienen dos grupos y una única variable experimental; es decir, cuando se comparan dos medias.

Durante el experimento, enfrentaremos la decisión de cómo recolectar los datos; qué diseño de experimento se desea hacer. Hay dos alternativas para recolectar los datos:

1. Diseños independientes. En estos diseños, diferentes personas se enfrentan a diferentes condiciones experimentales.
2. Diseños de medidas repetidas. En estos diseños, un mismo grupo de personas es expuesto a las diferentes condiciones experimentales.

A lo largo de este capítulo, estudiaremos el proceso para comparar medias en ambos diseños experimentales. Pero antes, se introducirá el caso que se desarrollará a modo de ejemplo de aplicación.

1.1 Caso: ¿En verdad los descuentos nos hacen felices?

La literatura respecto al impacto de las Estrategias de Precios sobre la conducta de los consumidores típicamente se ha centrado en analizar sus efectos sobre el comportamiento de compra (Aydinli, Bertini y Lambrecht, 2014); la intención de compra (Chen y Rao, 2007); la calidad percibida (Lee & Chen-Yu, 2018); y la percepción de ahorro (Lee & Chen-Yu, 2018). Sin embargo, se ha identificado

que, ante los precios, lo consumidores también responden con emociones (O'Neil & Lambert, 2001). Es decir, la interacción con los precios puede, nos sólo motivar a la compra, sino también generar emociones en los consumidores. Por lo tanto, en este ejemplo se analizarán los efectos de las *Estrategias de Precios* (representadas por *Precios de Descuento* expresados en porcentajes) sobre la felicidad.

Para ello, se llevó a cabo un experimento de laboratorio con 76 estudiantes. A la mitad de estos participantes se le mostró la publicidad de una tienda de la localidad. Esta publicidad contenía información respecto a productos y sus respectivos precios de mercado. Posteriormente, a este mismo grupo se le mostraba uno de los productos que se encontraban en la anterior publicidad pero con *Precio de Descuento*. Finalmente, a estos mismos se les pregunta, mediante una escala, ¿qué tan feliz se siente después de haber visto la oferta? A la otra mitad de los participantes se les mostró la publicidad de una tienda de la localidad con información respecto a productos y sus respectivos precios de mercado y, posteriormente, se registró su nivel de felicidad. El propósito es el de medir qué tan felices los hacen las ofertas.

La base de datos se registró dos variables: *Estrategia de Precio* que midió si la persona fue asignada al grupo de Descuento (*Estrategia de Precio* = 1) o al grupo de control (*Estrategia de Precio* = 0); y *Felicidad* que registra los niveles de felicidad dentro de una escala del 1 al 7 donde 1= Nada Feliz y 7= absolutamente feliz.

Figura 1.1 Menú Explorar



¿Qué podemos esperar? En primer lugar se puede hacer una exploración descriptiva de los datos. Para ello, dé clic en Analizar → Estadísticos descriptivos → Explorar. Esto lo conducirá al menú inicial de Explorar. En el recuadro: Lista de Dependientes, incluya la variable dependiente, en este caso *Felicidad*. Por su parte,

en el recuadro Lista de Factores incluya la variable independiente (experimental) en este caso *Estrategia de Precio*. En el menú estadísticos, de clic en Descriptivos. Posteriormente, en el menú gráficos elija: niveles de los factores juntos; de tallo y hojas; y gráficos con pruebas de normalidad (este último es el más interesante pues ofrece las pruebas de normalidad) (véase figuras: 1.1, 1.2 y 1.3).

Figura 1.2 Menú Explorar-Estadísticos

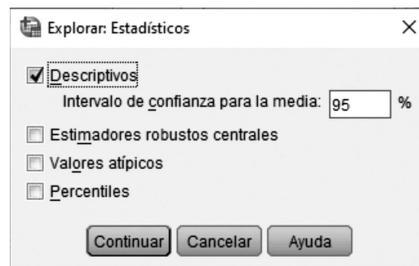
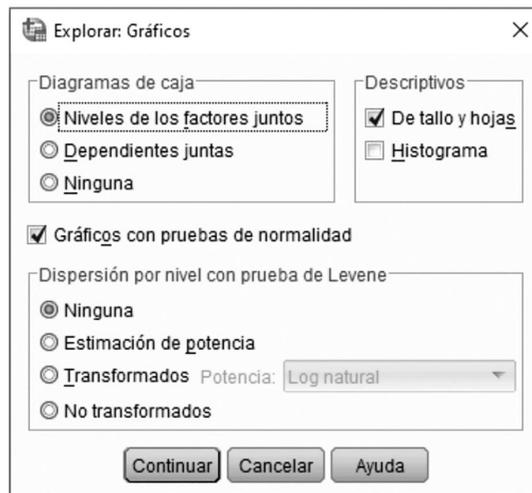


Figura 1.3 Menú Explorar-Gráficos



Los descriptivos muestran que los índices de felicidad son mayores en las personas que formaron parte del grupo de *Precio de Descuento*: $M= 5.43$; 95% IC [4.95; 5.92], $DS= 1.121$ si se comparan con los niveles de felicidad de quienes formaron parte del Grupo de Control: $M= 3.78$; 95% IC [2.89; 4.68], $DS= 2.066$ (véase Cuadro 1.1).

Cuadro 1.1 Estadísticos descriptivos

Descriptivos

Estrategia_de_Precio			Estadístico	Error típ.	
Felicidad	Grupo de Control (Precio de Referencia)	Media	3.78	.431	
		Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	2.89	
			Límite superior	4.68	
		Media recortada al 5%	3.77		
		Mediana	5.00		
		Varianza	4.269		
		Desv. típ.	2.066		
		Mínimo	1		
		Máximo	7		
		Rango	6		
		Amplitud intercuartil	4		
		Asimetría	-.155	.481	
		Curtosis	-1.581	.935	
		Grupo Precio de Descuento	Grupo Precio de Descuento	Media	5.43
Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior			4.95	
	Límite superior			5.92	
Media recortada al 5%	5.52				
Mediana	6.00				
Varianza	1.257				
Desv. típ.	1.121				
Mínimo	2				
Máximo	7				
Rango	5				
Amplitud intercuartil	1				
Asimetría	-1.200			.481	
Curtosis	2.853			.935	

Otro resultado interesante es el de la prueba de normalidad de los tests de Kolmogorov y Smirnov; y Shapiro-Wilk. Ambos prueban la hipótesis nula de la distribución normal de los datos de la muestra. Por tanto, si el test no es significativo ($p > .05$); entonces la distribución de la muestra no es significativamente diferente de

la distribución normal (es decir, tiene una distribución normal). Mientras que; si el test es significativo ($p < .05$), entonces la distribución en cuestión es significativamente diferente de la distribución normal. Los resultados del Cuadro 1.2 muestran la significancia de estos test. En ambos casos, observamos resultados significativos ($p < .05$) por lo tanto, se viola el supuesto de la distribución normal de los datos. Este resultado hay que tenerlo en cuenta pues la prueba-t es un test paramétrico que exige el cumplimiento del supuesto de distribución normal.

Cuadro 1.2 Prueba de Normalidad

Estrategia de precio		Pruebas de normalidad					
		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Felicidad	Grupo de Control (Precio de Referencia)	.244	23	.001	.870	23	.006
	Grupo de Precio de Descuento	.219	23	.006	.858	23	.004

1.2. Predictores categóricos en el modelo lineal

Al comparar diferencias entre dos grupos, lo que se hace es pronosticar un resultado con base en la pertenencia en uno de los grupos. En nuestro ejemplo, estamos pronosticando los niveles de felicidad con base en si se enfrentaron o no a una estrategia de precios como la de precios de descuento. Esto es una regresión con variable independiente dicotómica. En este caso, el b del modelo reflejará las diferencias entre la media de felicidad de los dos grupos, y el test t indicará si esas diferencias entre las medias son diferentes a cero (recuerde que el test t evalúa la hipótesis de que $b = 0$).

Como se dijo, comparar las diferencias entre dos grupos no es más que una regresión lineal con variable independiente dicotómica. Por tanto, podemos emplear la ecuación de la regresión simple para pronosticar la variable felicidad con base en el grupo al que pertenezcan las personas (variable Estrategia de Precios):

$$Y_i = (b_0 + b_1 X_{1i}) + \mathcal{E}_i$$

$$Felicidad_i = (b_0 + b_1 \text{Estrategia de Precios}_i) + \mathcal{E}_i$$

El problema que aquí se presenta es que Estrategia de Precios es una variable nominal (dicotómica): las personas recibieron o no una oferta sobre el precio.

Cuando incluimos una variable nominal en SPSS tenemos que elegir qué número va a representar las categorías dentro de la variable. Hay distintas alternativas para codificar variables; una de ellas es el uso de variables *dummy*. En

esencia, una variable *dummy* significa que codificamos una categoría de referencia (categoría base) con 0, y las otras categorías toman valor 1. En nuestro ejemplo, hay dos categorías: la categoría base es el grupo al que se le mostró el precio de referencia (este es el grupo de control), por lo tanto, a quienes formaron parte de ese grupo se codificaron dentro de la variable Estrategia de Precios con el número 0. Por su parte, el grupo experimental, aquel al que se expuso a un Precio de Descuento fue codificado con el número 1. Con esto en mente, volvamos al modelo.

Veamos el caso del grupo de control. ¿Cuál sería el mejor pronóstico que podríamos hacer sobre los niveles de felicidad para los miembros de este grupo? Nuestro mejor supuesto sería la media del grupo (3.78). Así pues, el valor de Y en la ecuación sería la media de ese grupo:

$(\bar{X}_{\text{Precio de Referencia}})$, el valor de la variable Estrategia de Precios en este caso sería 0. Por tanto, la ecuación (ignorando el residuo) sería:

$$\begin{aligned} \text{Felicidad}_i &= b_0 + b_1 \text{Estrategia de Precios}_i \\ \bar{X}_{\text{Precio de Referencia}} &= b_0 + (b_1 \times 0) \\ b_0 &= \bar{X}_{\text{Precio de Referencia}} \\ b_0 &= 3.78 \end{aligned}$$

Por lo tanto, b_0 (la constante) es igual a la media del grupo de precio de referencia (es decir, la media del grupo codificado 0). Ahora veamos qué pasa cuando usamos el modelo para pronosticar los niveles de felicidad de las personas a las que se les proporcionó un Precio de Descuento. Nuevamente, el resultado que pronosticaremos para esas personas será la media pero ahora del grupo de Precio de Descuento ($\bar{X}_{\text{Precio de Descuento}}$) es decir 5.43. Mientras que el valor de la variable *Estrategia de Precios* en este caso sería 1. Recuerde que antes hemos identificado que b_0 es igual a la media del grupo de precio de referencia; por tanto la ecuación sería:

$$\begin{aligned} \text{Felicidad}_i &= b_0 + b_1 \text{Estrategia de Precios}_i \\ \bar{X}_{\text{Precio de Descuento}} &= b_0 + (b_1 \times 1) \\ \bar{X}_{\text{Precio de Descuento}} &= b_0 + b_1 \\ \bar{X}_{\text{Precio de Descuento}} &= \bar{X}_{\text{Precio de Referencia}} + b_1 \\ b_1 &= \bar{X}_{\text{Precio de Descuento}} - \bar{X}_{\text{Precio de Referencia}} \end{aligned}$$

b_1 , representa la diferencia entre la media de los grupos (en este caso $5.43 - 3.78 = 1.65$). Así es como podemos comparar la media de dos grupos usando el modelo lineal. En este modelo b_1 representa la diferencia entre la media de los grupos, y b_0 es igual a la media del grupo codificado como 0. Hemos visto que el test t es utilizado

para evaluar si el coeficiente de regresión es igual a 0; y, en este contexto, se evalúa si la diferencia entre los grupos es igual a 0.

Para probar lo anterior, lo mejor es estimar un modelo de regresión simple usando como variable dependiente la felicidad y como variable independiente las estrategias de precio. Así pues, va a menú: Analizar→Regresión→Lineales. Una vez en el cuadro de diálogo principal selecciona *Felicidad* y la sitúa en el recuadro de variables Dependientes; posteriormente, selecciona *Estrategia_de_precio* y la ubica en el recuadro de variables independientes. Hecho esto simplemente da aceptar y tendrá los resultados de una regresión simple (véase figura 1.4).

Figura 1.4 Menú Regresión Simple



El cuadro 1.3 muestra los resultados de la regresión; estos son congruentes con los valores que antes estimamos: el valor de la constante (b_0) es 3.78 que no es otra cosa que la media del grupo de referencia. Por su parte, el valor del coeficiente de regresión b_1 es 1.65 que corresponde a la diferencia de medias de ambos grupos ($5.43-3.78 = 1.65$). Finalmente, los resultados del estadístico t que prueba la hipótesis de que b_1 es significativamente diferente de cero, muestran que es significativo ($p = .002$) lo que significa que la diferencia entre las medias (1.652) es significativamente diferente de 0.

Cuadro 1.3 Coeficientes de regresión

		Coeficientes ^a				
		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.
Modelo		B	Error típ.	Beta		
1	(Constante)	3.783	.347		10.914	.000
	Estrategia_de_Precio	1.652	.490	.453	3.371	.002

a. Variable dependiente: Felicidad

1.3 Estadístico t

Hasta ahora hemos visto cómo podemos incluir una variable independiente categórica dentro de un modelo lineal y evaluar las diferencias entre dos medias. Aunque este enfoque es útil, no es la forma en la que se comparan medias. Entre otras cosas porque no es apropiado para diseños de muestras repetidas. El test apropiado para evaluar la diferencia de medias es el Estadístico-t. A continuación analizaremos los supuestos del Estadístico t y cómo ejecutarlo en SPSS.

1.3.1 Supuestos del Estadístico t

Ambos, prueba-t de muestras independientes y prueba-t de muestras repetidas son test paramétricos que se basan en la distribución normal y, por lo tanto, todas las fuentes de sesgo que aplican a los test paramétricos aplican a estos Estadísticos¹. En el caso del Estadístico t de muestras repetidas, el supuesto de normalidad significa que la distribución muestral de las diferencias entre valores debería ser normal, y no los valores en sí.

1.4 Estadístico t para muestras independientes usando SPSS

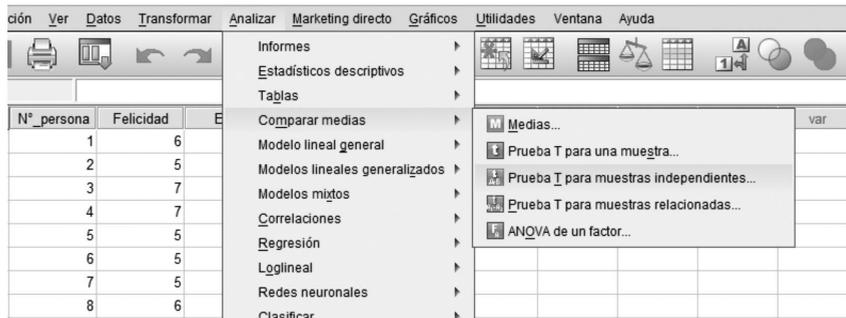
En el ejemplo que hemos estado siguiendo tenemos una muestra de 46 personas, 23 personas que fueron asignadas al grupo de precio de referencia y 23 personas que fueron asignadas al grupo de precio de descuento. Asimismo, se midió el grado de felicidad que les propiciaba la oferta de chocolate que se le hizo a cada uno de los 46 participantes.

Antes de llevar a cabo la estimación, recuerde que debe verificar que se satisfagan los supuestos (*outliers*, normalidad, homogeneidad); si no se cumple el supuesto de normalidad considere usar *Bootstrapping*. Hechas las comprobaciones, es momento de estimar la prueba *t*.

¹ Outliers (casos atípicos), distribución normal, homocedasticidad de la varianza.

Para estimar un estadístico t de muestras independientes, de clic en Analizar→Comparar medias→Prueba T para muestras independientes (véase Figura 1.5).

Figura 1.5 Prueba T para muestras independientes



Una vez que se encuentre en el cuadro de diálogo principal, selecciona la variable dependiente (en este caso felicidad) y se sitúa en el recuadro etiquetado como: *Variables para contrastar*. Posteriormente, se selecciona la variable independiente (en nuestro caso Estrategia de Precios) y la transferimos a la casilla etiquetada como: variable de agrupación. Hecho lo anterior, da clic en el botón: *Definir grupos* para activar el cuadro de diálogo en el que define los grupos. A través de este cuadro de diálogo le indica a SPSS los códigos que utilizó para definir sus grupos. En nuestro caso codificamos el Grupo de Control con 0 y el Precio de descuento 1 (véase figura 1.6).

Figura 1.6 Menú Prueba T muestras independientes



Al activar el botón de opciones se abre un cuadro de diálogo que le permite indicar el nivel de los intervalos de confianza. La configuración estándar es de 95%, lo cual es suficiente y congruente con los parámetros comúnmente utilizados. Asimismo,

este cuadro de diálogo le pide que seleccione el tratamiento que dará a los valores perdidos². Notará que en ambas opciones, SPSS supone excluir casos. No obstante, le ofrece dos distintas alternativas para excluir casos:

1. Excluir casos según análisis: En este caso, se excluye de cada análisis concreto las observaciones con valor perdido en las variables que intervienen en ese análisis.
2. Excluir casos según lista: En este caso, las observaciones con valores perdidos para cualquier variable se excluyen de todos los análisis.

Figura 1.7 *Bootstrap*



SPSS tiene pre-seleccionado excluir casos según lista, para el caso concreto de nuestro análisis es indiferente la opción que elija considerando que sólo se analizan dos variables y se hace un solo análisis. Sin embargo, debe tener en cuenta esta información cuando su análisis involucre más de dos variables.

Si, como en el caso del ejemplo que aquí se presenta, hay sesgos potenciales en los datos (en este caso no hay una distribución normal), se puede reducir su impacto usando *Bootstrapping* para generar intervalos de confianza para las diferencias entre las medias. Para implementar *Bootstrapping* debe dar clic en el botón *Bootstrap* en el menú principal. Una vez en el menú *Bootstrap* activa la casilla: realizar

² Se considera valor perdido una observación con ausencia de valor.

muestreo *Bootstrap* (puede cambiar el número de muestras aunque las 1000 muestras que están predeterminadas son suficientes). Respecto a los intervalos de confianza, aunque puede incrementar el porcentaje, 95% es un nivel internacionalmente aceptado. Respecto al tipo de intervalo de confianza, SPSS predetermina intervalos de confianza en percentiles. Sin embargo, puede cambiar el método por uno ligeramente más preciso; es decir puede seleccionar intervalos de confianza *bias corrected y accelerated* (véase figura 1.7).

1.5 Resultados de Estadístico t para muestras independientes

El resultado del estadístico t para muestras independientes ofrece tres cuadros. El primero (cuadro 1.4) es un resumen estadístico de las dos condiciones experimentales. En la tabla podemos apreciar que ambos grupos tienen 23 participantes. El grupo de control (precio de referencia) mostró una media de felicidad de 3.78 (dentro de una escala de 1 a 7, donde 7 es el máximo nivel de felicidad), con una desviación estándar de 2.066; y un Error estándar de .431 ($ES = 2.066 / \sqrt{23} = 2.066 / 4.796.431$). El error estándar del *Bootstrap* es de .44 y el intervalo de confianza de la media va de 2.93 a 4.65. Por su parte, los integrantes del grupo de Precio de Descuento (grupo experimental) manifestaron una media de felicidad de 5.43 (dentro de una escala de 1 a 7 donde 7 es el máximo nivel de felicidad), con una desviación estándar de 1.12, y un Error estándar de .234. El error estándar del *Bootstrap* es de .23 y el intervalo de confianza de la media va de 4.95 a 5.84. Para interpretar los intervalos de confianza sólo debe verificar que la media de ambos grupos se encuentre dentro de su respectivo intervalo. En el caso que aquí se presenta, ambas medias se sitúan dentro de su respectivo intervalo.

Cuadro 1.4 Estadísticos de grupo

Estrategia de Precio		Estadísticos de grupo				
		Statistic	Bootstrap ^a			
			Sesgo	Típ. Error	Intervalo de confianza al 95% de BCa	
				Inferior	Superior	
Felicidad	Grupo de Control (Precio de Referencia)	N	23			
		Media	3.78	.00	.44	2.93 4.65
		Desviación típ.	2.066	-.058	.169	1.800 2.205
		Error típ. de la media	.431			
Grupo Precio de Descuento		N	23			
		Media	5.43	-.01	.23	4.95 5.84
		Desviación típ.	1.121	-.031	.239	.690 1.492
		Error típ. de la media	.234			

a. A no ser que se indique lo contrario, los resultados autodocimantes se basan en 1000 muestras de muestreo bootstrap

El segundo cuadro de resultados (Cuadro 1.5) contiene los principales test estadísticos. Lo primero que debe notar es que hay dos filas con resultados: *Se han asumido varianzas iguales* (homocedasticidad); y *No se han asumido varianzas iguales* (heterocedasticidad). En los experimentos se asume que la varianza de los grupos es la misma. Las filas en este cuadro se refieren precisamente si se violó o no el supuesto de homogeneidad de la varianza.

El test de Levene nos indica si la varianza de los distintos grupos es diferente. Este prueba la hipótesis nula de que la varianza de los grupos es la misma (la diferencia entre las varianzas es cero). Por lo tanto, si el test de Levene es significativo ($p \leq .05$) entonces el supuesto de homogeneidad de la varianza ha sido violado. Por oposición, si el test de Levene no es significativo ($p > .05$), entonces se asume que las varianzas son iguales y el supuesto de homogeneidad se mantiene. En nuestro ejemplo, el test de Levene es significativo ($p = .002$) violándose el supuesto de homogeneidad; por tanto debería leerle la fila de resultados que indica que *No se han asumido varianzas iguales* (si el test de Levene no hubiera sido significativo, entonces debería leer los resultados de la fila etiquetada: *Se han asumido varianzas iguales*).

Cuadro 1.5 Prueba de muestras independientes

Prueba de muestras independientes									
	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
								Inferior	Superior
Felicidad Se han asumido varianzas iguales	22.563	.000	-3.371	44	.002	-1.652	.490	-2.640	-.664
No se han asumido varianzas iguales			-3.371	33.922	.002	-1.652	.490	-2.648	-.656

Una vez que se ha analizado el supuesto de homogeneidad de la varianza, se analiza el estadístico t. Recordemos que se calcula dividiendo la diferencia en la media de los dos grupos ($3.78-5.43 = 1.65$), entre el error estándar de la diferencia ($t = -1.652/.490 = -3.371$). El valor de t es comparado con el valor de t esperado si no hubiera un efecto en la población cuando se tienen ciertos grados de libertad. SPSS produce la significancia del valor t; aquí estamos interesados en analizar si el valor es mayor o menor que .05. En este caso, el valor p del test de dos colas es de $p = .002$ que es menor que .05 por lo que podemos concluir que hay una diferencia significativa en la media de las dos muestras. En términos del experimento, podemos inferir que el Descuento en el Precio incrementó significativamente los niveles de felicidad de una persona³.

³ Note que el valor de t y su significancia son los mismos que se obtuvo con la regresión.

Finalmente, el tercer cuadro de resultados (cuadro 1.6) muestra el *bootstrapping*. El *Bootstrapping* se ha aplicado para re-estimar el error estándar de la diferencia de medias (el error estándar estimado originalmente fue de .490, mientras que el error estándar de *bootstrap* fue de .496). Asimismo, SPSS produce los intervalos de confianza *bootstrapped* para la diferencia entre las medias. La diferencia de medias fue de -1.652 y los intervalos de confianza *bootstrapped* fueron de -2.608 a -.560. Este intervalo de confianza implica que la diferencia entre las medias en la población fue negativa; pero note que el intervalo de confianza no pasa por el valor cero sino que permanece en el espectro negativo, esto es muy importante pues corrobora el anterior resultado: el efecto de las estrategias de precio es legítimo. Si el intervalo de confianza hubiera incluido cero, entonces cabría la posibilidad de que la diferencia entre las muestras hubiera sido cero; es decir, sin diferencia y, por tanto, sin efecto.

Cuadro 1.6 *Bootstrap* Prueba de muestras independientes

Bootstrap para Prueba de muestras independientes						
	Diferencia de medias	Bootstrap ^a				
		Sesgo	Tip. Error	Intervalo de confianza al 95% de BCa		
				Inferior	Superior	
Felicidad Se han asumido varianzas iguales	-1.652	.013	.496	-2.609	-.536	
No se han asumido varianzas iguales	-1.652	.013	.496	-2.609	-.536	

a. A no ser que se indique lo contrario, los resultados autodocimantes se basan en 1000 muestras de muestreo bootstrap

1.6 Tamaño del efecto

Finalmente, queda identificar la magnitud del efecto, es decir, si éste es sustantivo. Para ello hay que convertir el valor t en otro conocido como valor r. Para ello es necesario usar la siguiente ecuación:

$$r = \frac{t^2}{t^2 + gl}$$

SPSS ofrece tanto los grados de libertad como el valor de t; por tanto, solo necesitamos sustituir en la ecuación:

$$r = \frac{\sqrt{-3.371^2}}{\sqrt{-3.371^2 + 33.922}} = \frac{\sqrt{11.363641}}{\sqrt{11.363641 + 33.922}} = \frac{\sqrt{11.363641}}{\sqrt{45.285641}} = .50$$

Para evaluar el tamaño del efecto hay unas referencias comúnmente aceptadas (las referencias sugeridas para evaluar la magnitud de una correlación):

1. Valores de +/- .1 representan un efecto pequeño
2. Valores de +/- .3 representan un efecto moderado
3. Valores de +/- .5 representan un efecto grande

Tomando en cuenta la anterior referencia, se puede decir que el efecto (.50) es grande. Adicionalmente, se puede calcular la *d* de Cohen; esta se calcula utilizando las dos medias y la desviación estándar del grupo de control:

$$\hat{d} = \frac{\bar{X}_{\text{Precio de Descuento}} - \bar{X}_{\text{Precio de Referencia}}}{\text{DesvEstándar}_{\text{Precio de Referencia}}} = \frac{5.43 - 3.78}{2.066} = .798$$

Esto significa que hay .79 desviaciones estándar de diferencia entre los dos grupos en términos de sus niveles de felicidad.

1.7 Reportar Estadístico *t* para muestras independientes

La forma básica de reportar los resultados de un estadístico *t* de muestras independientes, consiste en indicar el resultado alcanzado (la diferencia en la media de ambos grupos) y, posteriormente, el test estadístico, los grados de libertad y la probabilidad del test estadístico. El tamaño del efecto también debería ser reportado. SPSS además de ofrecer la media de los dos grupos (5.43 y 3.78) arrojó los siguientes resultados: *t* = -3.371; *gl*= 33.92; y *p*= .002. Por tanto, los resultados se reportan de la siguiente forma:

En promedio, los participantes que fueron enfrentados a Precios de Descuento manifestaron mayores niveles de felicidad (*M*= 5.43; *ES*= .234) que aquellos que no tuvieron descuento en el precio [precio de referencia] (*M*= 3.78; *ES*= .431). La diferencia -1.652 [B 95% IC (-2.608, -.5609)] es significativa *t* (33.92) = -3.371, *p*= .002; representando un efecto de gran tamaño, *r*= .50.

1.8 Estadístico *t* para muestras pareadas usando SPSS

1.9 Captura de datos

Ahora suponga que se coleccionan los datos de Estrategias de Precios y Felicidad usando diseños de muestras repetidas. En este escenario, se registrarían los niveles de felicidad que las personas manifiestan al enfrentarse a un producto en venta, posteriormente se registrarían los niveles de felicidad de las personas frente al mismo producto pero con precio de descuento.

Los datos se organizarían de forma diferente en SPSS. En lugar de tener una variable codificando la pertenencia a uno u otro grupo, y una única columna con los registros de niveles de felicidad, se organizan los datos en dos columnas:

una que representa la condición de Precio de Descuento, y otra que representa la condición de Precio de Referencia/Control; y en cada una de ellas se indican los respectivos niveles de felicidad (véase figura 1.8).

Figura 1.8 Organización de datos Prueba t muestras pareadas

	Precio_de_Descuento	Precio_de Referencia	var
1	6.00	3.00	
2	5.00	6.00	
3	7.00	1.00	
4	7.00	3.00	
5	5.00	5.00	
6	5.00	6.00	
7	5.00	6.00	
8	6.00	1.00	
9	5.00	1.00	
10	2.00	5.00	
11	6.00	5.00	
12	5.00	6.00	
13	7.00	7.00	
14	6.00	1.00	
15	6.00	5.00	
16	5.00	5.00	
17	5.00	6.00	
18	6.00	3.00	
19	6.00	2.00	
20	6.00	2.00	
21	6.00	2.00	
22	4.00	1.00	
23	4.00	5.00	

Del mismo modo que la diferencia de medias para muestras independientes, la diferencia de medias para muestras pareadas es un test paramétrico; por lo tanto, asume que se cumplen los supuestos de los test paramétricos como la distribución normal de la muestra. La distribución normal se asume siempre que las muestras sean grandes (mayores de 100 observaciones, por ejemplo). Sin embargo, cuando se usan muestras pequeñas, se debe confirmar que los datos sigan una distribución normal. En estadístico t de muestras pareadas se analizan las diferencias entre los valores de ambos escenarios, es decir, estamos interesados en la distribución muestral de esas diferencias. Por tanto, si se desea hacer un test de normalidad para estadístico t de muestras pareadas, entonces se debe calcular las diferencias entre los valores; construir una nueva variable con las diferencias y, posteriormente, analizar la distribución de esta nueva variable (aunque si tiene muestras mayores a cien observaciones no habría de qué preocuparse).

1.10 Test de Normalidad

Para hacer el test de normalidad, hay que construir una nueva variable que registre las diferencias de cada observación en los dos escenarios. Para hacer esto, en el menú inicial seleccionan: Transformar→Calcular variable. Se abrirá el menú para calcular la nueva variable. Del recuadro de variables toma la variable Precio_de_Descuento y la sitúa en el recuadro Expresión numérica; posteriormente pincha en el signo de resta puesto que la nueva variable debe reflejar las diferencias entre los valores de ambos escenarios; enseguida toma la variable Precio_de_Referencia. Antes de finalizar escribe el nombre de la variable destino (aquí se denominó Normalidad) y, finalmente, da clic en aceptar (véase Figura 1.9).

Figura 1.9 Prueba de Normalidad Estadístico t muestras pareadas

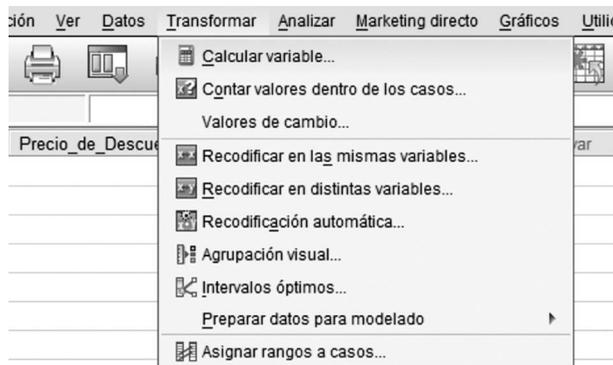
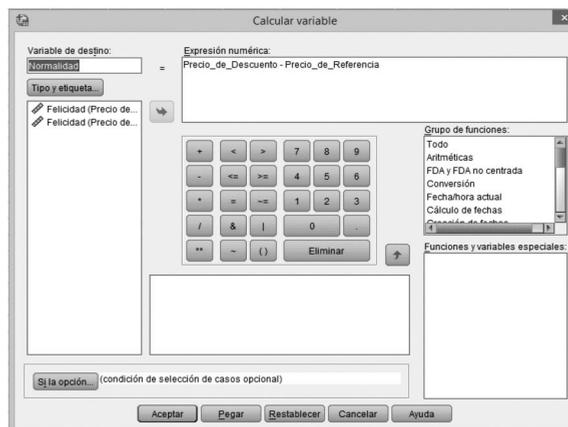


Figura 1.10 Prueba de Normalidad Estadístico t muestras pareadas



Una vez que se ha construido la variable que registra las diferencias entre ambos, se lleva a cabo el test de normalidad: Analizar→Estadísticos Descriptivos→Explorar. Del recuadro de variables se toma la variable Normalidad y la situamos en Lista de dependientes, posteriormente en el menú gráficos se solicita: gráficos con pruebas de normalidad (véase figura 1.10).

Los resultados del test de normalidad Kolmogorov-Smirnov muestran que la distribución de las diferencias en los valores de ambos escenarios tienen una distribución normal: $gl(23) = .177$; $p = .060$ (véase cuadro 1.7).

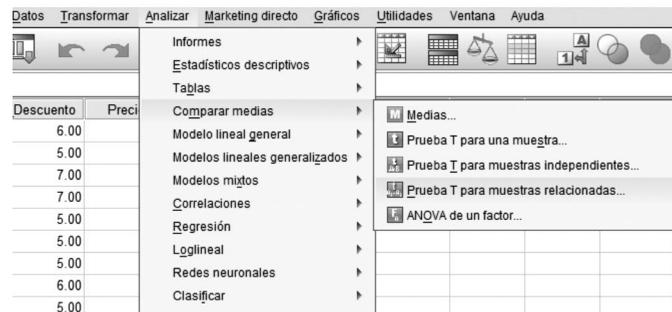
Cuadro 1.7 Prueba de Normalidad muestras pareadas

Pruebas de normalidad						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Normalidad	.177	23	.060	.909	23	.039

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Una vez hecho el test de normalidad es momento de estimar la prueba t para muestras repetidas (pareadas). Para ello, en el menú principal selecciona: Analizar→Comparar→Medias→Prueba T para muestras relacionadas (ver figura 1.11).

Figura 1.11 Prueba T para muestras relacionadas



Al seleccionar Prueba T para muestras relacionadas se abrirá el cuadro de diálogo principal (figura 1.12). Una vez ahí, hay que seleccionar el par de variables que serán analizadas. En nuestro caso, seleccionaremos Precio_de_Descuento y Precio_de Referencia. Para seleccionar, elija dentro del recuadro de variables la primera a incluir; en este caso será Precio_de Referencia y da clic en la flecha para situarla en el recuadro: variables emparejadas. Repite el proceso pero eligiendo ahora la

variable Precio_de_Descuento. Si fuera necesario, puede llevar a cabo distintas pruebas t , pero lo cual simplemente seleccionaría otro par de variables y repetir los pasos antes descritos. Si pincha en el botón de opciones se abrirá otro cuadro de diálogo en el que debe elegir el intervalo de confianza (95% es el estándar) y el criterio que desea emplear para los valores perdidos. Finalmente, en el botón *Bootstrap* accede a las funciones de re-muestreo (figura 1.13). Tal como hicimos en prueba t de muestras independientes, seleccionaremos: realizar muestreo *bootstrap* (1000 muestras); e Intervalos de Confianza *Bias corrected accelerated*, da clic en continuar para volver al menú principal y, finalmente, pincha aceptar.

Figura 1.12 Menú Prueba T muestras relacionadas

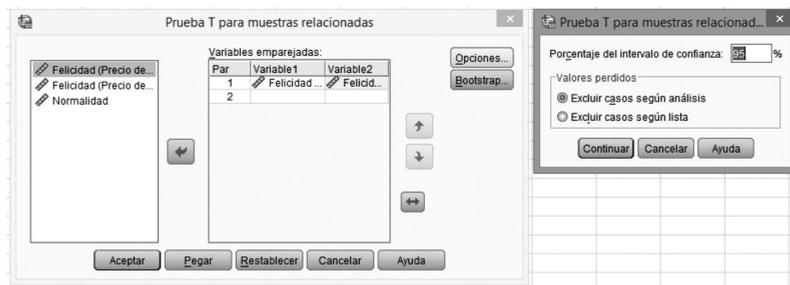


Figura 1.13 Menú *Bootstrap* muestras relacionadas



1.11 Resultados de Estadístico *t* para muestras pareadas (repetidas)

La salida de resultados de SPSS le ofrece cuatro cuadros. El primero (cuadro 1.8) le ofrece el resumen estadístico para las dos condiciones experimentales; para cada una de las condiciones le mostrará: la media, el número de participantes (N), la desviación estándar y el error estándar.

Cuadro 1.8. Estadísticos descriptivos muestras pareadas

			Estadísticos de muestras relacionadas				
			Statistic	Sesgo	Tip. Error	Bootstrap ^a	
						Intervalo de confianza al 95% de BCa	
Inferior	Superior						
Par 1 Felicidad (Precio de Descuento)	Media	5.4348	.0008	.2255	5.0435	5.8261	
	N	23					
	Desviación típ.	1.12112	-.05625	.22783	.73048	1.37906	
	Error típ. de la media	.23377					
Felicidad (Precio de Referencia/Precio sin Descuento)	Media	3.7826	-.0160	.4344	2.9565	4.5652	
	N	23					
	Desviación típ.	2.06610	-.05037	.16173	1.82538	2.19763	
	Error típ. de la media	.43081					

a. A no ser que se indique lo contrario, los resultados autodocimantes se basan en 1000 muestras de muestreo bootstrap

El siguiente cuadro (1.9) le ofrece la correlación de Pearson entre las dos condiciones. Cuando se utilizan medidas repetidas, es posible que las condiciones experimentales correlacionen pues los datos de éstas condiciones proceden de las mismas personas. Por tal motivo, SPSS proporciona el valor de la correlación de Pearson y su respectivo test de significancia. En el caso de estos datos, las condiciones experimentales muestran un coeficiente de correlación de baja magnitud: $r = -.252$; que además no es significativo: $p = .247$; con intervalos de confianza *bootstrap* que incluyen cero.

Cuadro 1.9 Correlación muestras pareadas

			Correlaciones de muestras relacionadas						
			N	Correlación	Sig.	Sesgo	Tip. Error	Bootstrap para Correlación ^a	
								Intervalo de confianza al 95% de BCa	
Inferior	Superior								
Par 1 Felicidad (Precio de Descuento) y Felicidad (Precio de Referencia/Precio sin Descuento)	23	-.252	.247	-.007	.213	-.608	.184		

a. A no ser que se indique lo contrario, los resultados autodocimantes se basan en 1000 muestras de muestreo bootstrap

El siguiente cuadro de resultados (1.10) muestra si la diferencia en la media de las dos condiciones es suficientemente grande como para no ser resultado de la suerte o casualidad. La primera columna del cuadro nos muestra la diferencia entre las medias de las dos condiciones: -1.65217. Asimismo, ofrece la desviación estándar de esta diferencia de medias y el error estándar. El estadístico *t* es calculado dividiendo la media de las diferencias entre el error estándar de las diferencias: $-1.65217 / .53939 = -3.063$.

Cuando los mismos participantes han sido analizados, los grados de libertad son el tamaño de la muestra menos 1 ($gl = N - 1 = 22$). SPSS usa estos grados de libertad para calcular la probabilidad de obtener un valor *t* tan grande como el que se obtuvo si no hubiera diferencias en las medias. Esta probabilidad la muestra en la columna de significancia. El valor de significancia es bastante bajo, lo que significa que solo hay un .6% de probabilidad de obtener un valor *t* tan grande como el que se obtuvo si la hipótesis nula fuera cierta (en otras palabras, es significativo). Aquí estamos interesados en analizar si este valor es mayor o menor que .05. Dado que el valor *p* es menor que .05 podemos concluir que hay una diferencia significativa entre la media de las dos muestras. En términos del experimento, podemos inferir que los Precios de Descuento afectan significativamente en los niveles de felicidad de las personas.

Cuadro 1.10. Prueba *t* de muestras relacionadas

		Prueba de muestras relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Diferencias relacionadas				95% Intervalo de confianza para la diferencia			
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	Inferior				
Par 1	Felicidad (Precio de Descuento) - Felicidad (Precio de Referencia/ Precio sin Descuento)	1.65217	2.58683	.53939	.53354	2.77080	3.063	22	.006

Finalmente, el último cuadro de resultados, muestra los intervalos de confianza *Bootstrap* al 95% para la diferencia de medias. Estos intervalos son más robustos y libres de supuestos; se calculan de modo que en el 95% de las muestras los intervalos contengan el valor verdadero de la diferencia de las medias. Así pues, asumiendo que estos intervalos de confianza de la muestra sean uno de los 95 de 100 que contengan el valor verdadero, podemos decir que la verdadera diferencia de medias se encuentre entre -2.65217 y -.65867. La importancia de este intervalo es que no comprende el cero (ambos límites inferior y superior son negativos), lo que nos indica que el valor verdadero de la diferencia de medias es diferente de cero

(véase cuadro 1.11). En otras palabras, hay un efecto genuino del experimento en la población que se refleja en mayor felicidad cuando se ofrece un producto utilizando Precios de Descuento.

Cuadro 1.11. Intervalos de confianza bootstrap t de muestras relacionadas

Bootstrap para Prueba de muestras relacionadas

	Media	Bootstrap ^a				
		Sesgo	Tip. Error	Sig. (bilateral)	Intervalo de confianza al 95% de BCa	
					Inferior	Superior
Par 1 Felicidad (Precio de Descuento) - Felicidad (Precio de Referencia/ Precio sin Descuento)	1.65217	.01683	.54173	.006	.56522	2.73913

a. A no ser que se indique lo contrario, los resultados autodocimantes se basan en 1000 muestras de muestreo bootstrap

1.12 Tamaño del efecto

Podemos calcular el tamaño del efecto directamente del valor de t . Tomamos el valor de t y los grados de libertad que ha calculado SPSS:

$$r = \frac{\sqrt{(-3.063)^2}}{\sqrt{(-3.063)^2 + 22}} = \frac{\sqrt{9.381969}}{\sqrt{9.381969 + 22}} = 0.546$$

Nuevamente, para interpretar este valor usamos las referencias que tenemos de correlación: +/- .1 representan un efecto pequeño; +/- .3 representan un efecto moderado; +/- .5 representan un efecto grande. En este caso, el efecto (.546) representa un efecto de gran magnitud.

Adicionalmente, se puede estimar la d de Cohen:

$$\hat{d} = \frac{\bar{X}_{\text{Precio de Descuento}} - \bar{X}_{\text{Precio de Referencia}}}{DesvEst\acute{a}ndar_{\text{Precio de Referencia}}} = \frac{5.43 - 3.78}{2.066} = .798$$

El resultado de la d de Cohen significa que hay .79 desviaciones estándar de diferencia entre los dos grupos en términos de sus niveles de felicidad.

1.13 Reportar Estadístico t para muestras pareadas

La forma básica de reportar los resultados de un estadístico t de muestras pareadas, consiste en indicar el resultado alcanzado (la diferencia en la media de ambos grupos) y, posteriormente, el test estadístico, los grados de libertad y la probabilidad del test estadístico. Por tanto, los resultados se reportan de la siguiente forma:

En promedio, los participantes manifestaron mayores niveles de felicidad luego de haberseles presentado Precios de Descuento ($M= 3.78$; $ES= .431$) versus ($M= 5.43$; $ES= .234$). La diferencia 1.652 [B 95% IC (-2.608, -.5609)] es significativa $t(22) = -3.371$, $p = .006$; representando un efecto de gran tamaño $r = .54$.

¿Diseños independientes o pareados?

Los ejemplos utilizados en este capítulo ilustran la diferencia entre usar datos recolectados de los mismos participantes y datos recolectados usando diferentes participantes. Los dos ejemplos de este capítulo utilizan los mismos datos en cada una de las condiciones; y aunque en ambos diseños la diferencia entre las medias fue significativa, pudo haber sido el caso contrario y tener sólo en el caso de las prueba t para muestras repetidas. Si hubiera sido este el caso, ilustraría el poder de los diseños de muestras repetidas; cuando los mismos participantes forman parte de las diferentes condiciones, la varianza no sistemática (también llamada varianza del error) se reduce dramáticamente⁴, haciendo más fácil detectar cualquier varianza sistemática.

⁴ Esto se debe a la eliminación de variables exógenas al experimento pero intrínsecas en el individuo, como el intelecto, que pueden afectar la variable dependiente.

2

Análisis de la Varianza (ANOVA)

En este capítulo se abordará el modelo estadístico denominado Análisis de la Varianza (ANOVA). Este modelo es especialmente útil cuando se desea comparar tres o más condiciones. El capítulo inicia con una explicación de la teoría sobre el ANOVA; posteriormente se abordará cómo estimar este modelo en SPSS e interpretar los resultados.

2.1 Teoría detrás de ANOVA

En el capítulo anterior (capítulo 1) se analizó la inclusión de una variable independiente que contiene dos categorías dentro de un modelo lineal. Es ese caso, el b se obtuvo de la diferencia del valor promedio de las dos categorías. Ahora interesa analizar una variable independiente de tres o más categorías. Es decir, nos interesa el análisis de tres o más grupos o condiciones y la diferencia entre ellos en la variable dependiente. Para ello, el modelo estadístico apropiado es el Análisis de la Varianza (ANOVA)⁵.

Pensar en ANOVA es pensar en un modelo lineal general que trata de pronosticar una variable dependiente con base en una variable independiente categórica de tres o más categorías. De hecho, se puede decir que ANOVA es una regresión aunque con predictores categóricos (Field, 2013). Por tanto, a lo largo de este capítulo se estudiará ANOVA, utilizando la intuición de la regresión.

ANOVA permite comparar la varianza sistemática (varianza explicada por el modelo) frente a la varianza no sistemática (varianza del error) en un estudio experimental. El ratio que se obtiene de dividir estas varianzas se conoce como F . En ANOVA en donde se analizan diferencias entre las medias de los grupos, F indica qué tanto la media de cada grupo ajusta al modelo. Para ello, ANOVA genera múltiples ecuaciones de regresión en las que el número de predictores es igual al número de categorías en la variable independiente menos uno. En la siguiente sección se ofrecerá un ejemplo que pretende simplificar esta idea.

⁵ ANOVA es una extensión de la prueba t que se estudió en el capítulo anterior.

2.2 Caso: Efecto de las Estrategias de Precios sobre la intención de Compra
Para una mejor aproximación al Análisis de la Varianza, a lo largo de este capítulo se desarrollará un ejemplo, que versa sobre Estrategias de Precios y su efecto sobre la intención de compra.

Las estrategias de precio, ya sea mediante cambios al precio o a la cantidad de producto ofrecido son una práctica muy extendida en el mercado. Los descuentos al precio han sido la estrategia dominante para estimular la compra (Hardesty y Bearden, 2003). No obstante, la estrategia *Bonus pack*, definida como la entrega de más cantidad del mismo producto por el mismo precio (Mishra y Mishra, 2011), ha ido incrementando su popularidad.

La investigación previa sobre estas estrategias de precio revela que los consumidores prefieren *Bonus pack* porque éste es asociado con una ganancia (más cantidad gratis); mientras que la reducción en el precio es percibida como una reducción dentro de una pérdida (Diamond y Sanyal, 1990; Chen et al., 2012). Esta preferencia por las estrategias *Bonus pack* prevalece incluso cuando los consumidores debieran mostrarse indiferentes; es decir, cuando se trata del mismo descuento, pero expresado de distinta forma. De tal modo que, diferentes representaciones del mismo descuento en precio no conducen a la misma respuesta de los consumidores (Heath, Chatterjee y France, 1995).

Hallazgos más recientes han demostrado que la percepción que tiene el consumidor hacia las ofertas dependerá del grado en que los consumidores realicen cálculos con precisión sobre los descuentos y los precios finales de compra (Estelami, 2003; Kim y Kramer, 2006). En general, los Precios de Descuento dificultan a los consumidores calcular los descuentos y, consecuentemente, estimar correctamente el precio final (Estelami, 2003; Morwitz et al, 1998). De ahí la importancia de estudiar la forma en que los consumidores deducen un descuento en el precio y si ésta varía en función del formato presentado (Precio de Descuento o *Bonus pack*).

Aquí se analizará el impacto de las estrategias de Precios de Descuento, pero desde una forma novedosa (operacionalizada como: “paga el X% del precio regular”) que simplifique los cálculos e interpretación del descuento y, por tanto, la estimación del precio final para los consumidores, versus las estrategias de precio *Bonus pack*. Para lograr el anterior objetivo se llevó a cabo un experimento de laboratorio que incluyó tres escenarios: 1) Precio de Descuento, 2) Descuento *Bonus pack* y 3) Precio de Referencia que fungió como grupo de control. La variable dependiente fue la Intención de Compra medida a través de una escala Likert de 7 puntos en donde: 1= muy improbable y 7= muy probable.

Si deseamos predecir la intención de compra de las distintas Estrategias de Precio, entonces se puede utilizar la ecuación del modelo lineal general. Una versión muy simplificada de esta ecuación señala:

Ecuación 2.1:

$$\text{resultado}_i = (\text{modelo}) + \text{error}_i$$

En una versión menos simplificada de la anterior ecuación reemplazaríamos *modelo* en la anterior ecuación por variables *dummy*⁶ que representarán a cada uno de los grupos. Con tres grupos, podría extenderse esta idea y utilizar un modelo de regresión múltiple con dos variables *dummy*⁷, la tercera categoría será asignada como categoría de referencia. Se requiere de una categoría de referencia, es decir, una condición con la que se compararán los grupos. En experimentos, es común que esta categoría sea el grupo de control; es decir, el grupo de participantes que actúan como grupo base (grupo de control) para el resto de categorías⁸.

El ejemplo que se ha desarrollado contiene un grupo de control y es el que será utilizado como categoría de referencia. A continuación, es preciso comparar ambos grupos [Precio de Descuento y *Bonus pack*] frente al grupo que no recibió descuento. Si el grupo de control es la categoría de referencia, entonces las dos variables *dummy* que se crearán representarán a las dos condiciones de descuento. Así pues, tendremos una variable *dummy* llamada *Precio de Descuento* y otra llamada *BonusPack* que representan las dos condiciones de descuento. La ecuación que resulta de esto es:

Ecuación 2.2:

$$\text{intención de compra}_i = b_0 + b_1 \text{Precio de Descuento} + b_2 \text{BonusPack}_i + \mathcal{E}_i$$

En la ecuación 2.2, la intención de compra de una persona puede ser pronosticada por el grupo al que pertenece (por ejemplo: *Precio de Descuento* o *BonusPack*) y la constante

⁶ Las variables *dummy* son variables categóricas que toman dos opciones de respuesta (en el caso concreto de este ejemplo: 0 si no formaba parte del grupo y 1 si formaba parte del grupo).

⁷ Si fuera el caso y requiere de una variable independiente de cuatro o más categorías (grupos), se puede extender el modelo a tantos grupos como requiera. En estos casos el número de variables *dummy* que se requerirán serán uno menos que el número de categorías en la variable independiente. Por ejemplo, si su variable independiente consta de cuatro categorías, entonces ocupará tres variables *dummy*.

⁸ En los casos en los que tiene diseños desbalanceados (es decir, grupos de diferente número de participantes), es importante que la categoría base sea amplia en cuanto al número de casos para asegurar que los coeficientes de regresión estimados sean confiables.

del modelo (b_0). Las variables de la anterior ecuación pueden codificarse de diferente forma, pero la forma más extendida es codificando a la categoría de referencia con 0. Por su parte, para codificar las otras dos categorías se usa el mismo principio que en la codificación binaria; si el participante formó parte del grupo Precio de Descuento se asigna 1 y cero en la variable *BonusPack*. Finalmente, si el participante formó parte del grupo *Bonus Pack* se asigna 1 en esa variable y 0 en Precio de Descuento. Con el propósito de simplificar, la anterior codificación se expresa en el Cuadro 2.1.

Cuadro 2.1 Codificación de variable dummy para tres grupos

Grupo	Variable <i>dummy</i> 1 (Precio de Descuento)	Variable <i>dummy</i> 2 (<i>BonusPack</i>)
Control	0	0
Precio de Descuento	1	0
<i>BonusPack</i>	0	1

Fuente: Elaboración propia.

Cuando la variable independiente se conforma por grupos, los valores pronosticados para la variable dependiente (la intención de compra en la ecuación) serán la media de cada grupo. Puede examinarse, por ejemplo, el modelo para el grupo de control. En este grupo, las variables *dummy Precio de Descuento* y *BonusPack* toman valor 0. Esto significa que los miembros del grupo de control, no fueron parte de los otros grupos. Así pues, el valor pronosticado por el modelo será la media del grupo de control. Si ignoramos el término error (\mathcal{E}_i), tenemos la siguiente ecuación (ecuación 3):

Ecuación 3:

$$\text{Intención de compra}_i = b_0 + (b_1 * 0) + (b_2 * 0)$$

$$\text{Intención de compra}_i = b_0$$

$$\bar{X}_{control} = b_0$$

En la situación anterior, los grupos *Precio de Descuento* y *BonusPack* han sido excluidos (tomaron código 0). Con ello se desea pronosticar la intención de compra en ambos descuentos; *Precio de Descuento* y *BonusPack*, son ignorados. Por tanto, el valor pronosticado será la media del grupo de control, la constante en el modelo de regresión (b_0) siempre será la media del grupo de referencia. En este caso, la media del grupo de control.

Si examinamos el grupo *Precio de Descuento*, la variable *dummy* creada para tal efecto tomará valor 1, y la variable *dummy* para el grupo *BonusPack* tomará valor 0. Si se remplazan estos códigos en la ecuación 2, tenemos el siguiente modelo:

$$\text{Intención de compra}_i = b_0 + (b_1 * 1) + (b_2 * 0)$$

$$\text{Intención de compra}_i = b_0 + b_1$$

Sabemos que b_0 es la media del grupo de control. Si estamos interesados sólo en el grupo de *Precio de Descuento*, entonces el modelo predice que la intención de compra de un participante es igual a la media del grupo de *Precio de Descuento*. Dada esta información, tenemos la siguiente ecuación:

$$\text{Intención de compra}_i = b_0 + b_1$$

$$\bar{X}_{\text{DescuentoNovel}} = \bar{X}_{\text{Control}} + b_1$$

$$b_1 = \bar{X}_{\text{DescuentoNovel}} - \bar{X}_{\text{Control}}$$

Por lo tanto, b_1 representa la diferencia entre el promedio de grupo *Precio de Descuento* y el grupo de Control. Finalmente, examinemos el modelo para el grupo *BonusPack*. Ahora la variable *dummy* para este grupo toma valor 1 (y, por lo tanto, *Precio de Descuento* tomará valor 0). Dada esta información, tenemos la siguiente ecuación:

$$\text{Intención de compra}_i = b_0 + (b_1 * 0) + (b_2 * 1)$$

$$\text{Intención de compra}_i = b_0 + b_2$$

Sabemos que la constante (b_0) es igual a la media del grupo de control (categoría de referencia), y que para el grupo *BonusPack*, la intención de compra pronosticada por el modelo debe ser la media del grupo de *BonusPack*. Por lo tanto, el modelo se simplifica:

$$\text{Intención de compra}_i = b_0 + b_2$$

$$\bar{X}_{\text{BonusPack}} - \bar{X}_{\text{Control}} = b_2$$

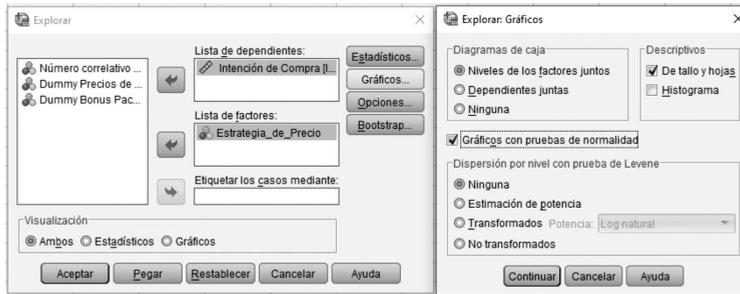
$$b_2 = \bar{X}_{\text{BonusPack}} - \bar{X}_{\text{Control}}$$

Por lo tanto, b_2 representa la diferencia entre el promedio de grupo *BonusPack* y el grupo de Control. La codificación en variables *dummy* es una de las alternativas para probar las diferencias entre grupos. Sin embargo, no es la única, hay otras alternativas de codificación de variables que permiten contrastar hipótesis. Estas alternativas son conocidas como *contrastos*. La idea detrás de los contrastos es que se puede codificar una variable *dummy* de tal forma que los valores beta representan las diferencias entre grupos.

Para probar lo anterior, lo mejor es estimar un modelo de regresión simple usando como variable dependiente Intención de Compra y como variable independiente Estrategias de Precio. Pero antes debe hacerse una exploración descriptiva de los datos para conocer la media de cada grupo. En el menú: Analizar → Estadísticos Descriptivos → Explorar, accede a las funciones de

exploración estadística de los datos. En el cuadro: *Lista de dependientes* incluye la variable dependiente, en este caso Intención de Compra. Posteriormente, en *Lista de factores* incluye la variable experimental; en nuestro caso Estrategia de Precio. Finalmente, en el menú Gráficos se solicita: *Gráficos con pruebas de normalidad*, esto ofrecerá el test de Kolmogorov-Smirnov para evaluar la distribución de los datos (véase figura 2.1)

Figura 2.1 Exploración de datos



Los resultados del descriptivo ofrecen múltiple información, pero lo que ahora interesa es la media de cada grupo. De tal modo que la media del Grupo de Referencia es de 3.78, la media del Grupo *BonusPack* es de 4.43 y, finalmente, la media del Grupo Precio de Descuento es de 5.43. De acuerdo con lo anterior descrito, el valor de b_0 es la media del grupo de control; esto es: 3.78. Por su parte, $b_1 = \bar{X}_{\text{Precio de Descuento}} - \bar{X}_{\text{Control}} = 5.43 - 3.78 = 1.65$. Finalmente, $b_2 = \bar{X}_{\text{BonusPack}} - \bar{X}_{\text{Control}} = 4.43 - 3.78 = .65$ (más adelante se compararán estos betas con los de la regresión simple) (véase cuadro 2.2).

Otro resultado interesante es el cuadro 2.3 de la prueba de normalidad. Recuerde que el test Kolmogorov-Smirnov prueba la hipótesis nula de la distribución normal de los datos de la muestra. Por tanto, si el test no es significativo ($p > .05$); entonces la distribución de la muestra no es significativamente diferente de la distribución normal (es decir, tiene una distribución normal). Mientras que; si el test es significativo ($p < .05$), entonces la distribución en cuestión es significativamente diferente de la distribución normal. Los resultados del Cuadro 2.3 muestran la significancia de este test. Los resultados son significativos ($p < .05$) por lo tanto, se viola el supuesto de la distribución normal de los datos.

Cuadro 2.2 Estadísticos Descriptivos

Descriptivos			Estadístico	Error típ.	
Estrategia_de_Precio					
Intención de Compra	Grupo de Control (Precio de Referencia)	Media	3.78	.431	
		Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	2.89	
			Límite superior	4.68	
		Media recortada al 5%	3.77		
		Mediana	5.00		
		Varianza	4.269		
		Desv. típ.	2.066		
		Mínimo	1		
		Máximo	7		
		Rango	6		
	Amplitud intercuartil	4			
	Asimetría	-.155	.481		
	Curtosis	-1.581	.935		
	Grupo BonusPack	Media	4.43	.332	
		Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	3.75	
			Límite superior	5.12	
		Media recortada al 5%	4.48		
		Mediana	5.00		
		Varianza	2.530		
		Desv. típ.	1.590		
Mínimo		2			
Máximo		6			
Rango		4			
Amplitud intercuartil	3				
Asimetría	-.575	.481			
Curtosis	-1.283	.935			
Grupo Precio de Descuento	Media	5.43	.234		
	Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite inferior	4.95		
		Límite superior	5.92		
	Media recortada al 5%	5.52			
	Mediana	6.00			
	Varianza	1.257			
	Desv. típ.	1.121			
	Mínimo	2			
	Máximo	7			
	Rango	5			
Amplitud intercuartil	1				
Asimetría	-1.200	.481			
Curtosis	2.853	.935			

Los resultados de la media de cada grupo, podremos compararlos con los betas estimados por la regresión. Para estimar la regresión, se accede a menú: Analizar→Regresión→Lineales. Una vez en el cuadro de diálogo principal, selecciona Intención de Compra y se sitúa en el recuadro de variables dependientes;

posteriormente, selecciona las dos variables *dummy* que miden Precio de Descuento y *Bonus Pack* y se ubica en el recuadro de variables independientes. Hecho esto, simplemente da aceptar y tendrá los resultados de la regresión (véase figura 2.2).

Cuadro 2.3 Prueba de normalidad

Pruebas de normalidad

Estrategia de Precio		Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Intención de Compra	Grupo de Control (Precio de Referencia)	.244	23	.001	.870	23	.006
	Grupo BonusPack	.248	23	.001	.812	23	.001
	Grupo Precio de Descuento	.219	23	.006	.858	23	.004

a. Corrección de la significación de Lilliefors

Figura 2.2 Regresión con predictores cualitativos



Cuadro 2.4 ANOVA regresión con predictores cualitativos

ANOVA^a

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	31.855	2	15.928	5.932	.004 ^b
	Residual	177.217	66	2.685		
	Total	209.072	68			

a. Variable dependiente: Intención de Compra

b. Variables predictoras: (Constante), Dummy Bonus Pack, Dummy Precios de Descuento

Los resultados del cuadro ANOVA (2.4) muestran el valor de $F= 5.93$; $p= .004$. En este caso, dado que el modelo representa diferencias entre grupos, este ANOVA indica que usar la media de los grupos para pronosticar valores en la variable dependiente es significativamente mejor que usar la media total. En otras palabras, la media de los grupos son significativamente diferentes (véase cuadro 2.4).

El cuadro 2.5 muestra los coeficientes de regresión, si se comparan estos resultados con los que se calcularon a partir de la media de los grupos, puede notarse que b_0 (3.783) es la media del grupo de control. El coeficiente de regresión para la variable *dummy* Precios de Descuento es igual a la media de Precios de Descuento menos la media del grupo de control ($5.43-3.78= 1.65$). Finalmente, el coeficiente de regresión para la variable *dummy Bonus pack* es igual a la media del grupo *Bonus pack* menos la media del grupo de control ($4.43-3.78= .65$). Adicionalmente, el cuadro 2.5 nos ofrece los valores de significancia del test *t*. los resultados indican que las diferencias entre el grupo de control y Precios de Descuento son significativas ($p = .001$). Mientras que la diferencia entre el grupo *Bonus pack* y el grupo de control no es significativa ($p = .182$).

Cuadro 2.5 Coeficientes de regresión con predictores cualitativos

Modelo		Coeficientes ^a						Intervalo de confianza de 95.0% para B	
		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.	Límite inferior	Límite superior	
		B	Error típ.	Beta					
1	(Constante)	3.783	.342		11.071	.000	3.100	4.465	
	Dummy Precios de Descuento	1.652	.483	.447	3.419	.001	.687	2.617	
	Dummy Bonus Pack	.652	.483	.177	1.350	.182	-.313	1.617	

a. Variable dependiente: Intención de Compra

Este análisis muestra que el modelo de regresión es capaz de representar las diferencias entre tres grupos. Sin embargo, este no será el camino a seguir en este trabajo. Se reservarán estos resultados para compararlos más adelante con los obtenidos por ANOVA.

2.3 Ratio-F

Si las diferencias entre los grupos pueden expresarse como un modelo lineal, entonces es posible hacer el test de estas diferencias a través del Ratio-F. En el modelo de regresión, el Ratio-F evalúa el ajuste general del modelo respecto a los datos. Es decir, F es un ratio que evalúa qué tan bueno es el modelo respecto a

sus errores. Cuando el modelo se basa en la media de grupos, los pronósticos del modelo son la media de los grupos. Si la media de los grupos es la misma, entonces la habilidad para pronosticar los datos observados será pobre (F será muy pequeño), pero si la media de los grupos difiere, entonces se podrá discriminar mejor entre casos de diferentes grupos (F será grande). Así pues, en este contexto F nos indica que el valor de la media de los grupos es diferente.

En el cuadro 2.2 se ve la media de Intención de Compra de cada grupo: Grupo de Control= 3.78, Grupo Precio de Descuento= 5.43, y Grupo *Bonus pack* = 4.43. A partir de estas medias, se puede estimar la media total de intención de compra: $(3.78+5.43+4.43)/3= 4.54$. Nuestro interés es evaluar la hipótesis de que la media de los tres grupos es diferente (por lo tanto, la hipótesis nula es que la media de los grupos es la misma). Si la media de los grupos es la misma, entonces no esperaríamos que hubiera diferencias entre el grupo de Control y los grupos *Precio de Descuento* y *BonusPack*. Asimismo, tampoco esperaríamos diferencias entre los grupos *Precio de Descuento* y *BonusPack*. Si esto fuera así, entonces la media de todos los grupos sería la misma y esta sería igual a la media total. En el cuadro 2.2 se puede observar que la media de los grupos es diferente entre sí y, posteriormente, estas difieren de la media total.

ANOVA sigue la misma lógica que los modelos lineales:

- i. El modelo más sencillo que se puede ajustar a los datos es la Media Total (la media de la variable resultado). Este modelo básico representa “ausencia de efecto” o “ausencia de relación entre la variable independiente y dependiente”.
- ii. La constante y uno o más parámetros (*b*) describen el modelo.
- iii. Los parámetros determinan la forma del modelo que se va a ajustar; por lo tanto, mientras mayor sea el coeficiente, mayor la desviación del modelo respecto a la Media Total.
- iv. En investigaciones experimentales los parámetros (*b*) representan las diferencias entre la media de los grupos. Mientras mayor sea la diferencia de la media entre los grupos, mayor la diferencia entre el modelo y la Media Total.
- v. Si la diferencia en la media de los grupos es suficientemente grande, entonces el modelo ajustará mejor a los datos que la Media Total.
- vi. Si es el caso, se puede inferir que el modelo es mejor que no usar modelos.

En resumen, se utiliza el ratio-F para comparar la mejora en el ajuste del modelo derivado de utilizar el modelo (en lugar de la Media Total) respecto al error. En otras palabras, F es el ratio de la relación de la varianza explicada (modelo) entre la varianza no explicada (error). Para calcularlo se utiliza la Suma de Errores Cuadrados. En el siguiente apartado se analizará la suma de cuadrados.

2.4 Suma total de cuadrados

Para identificar la variación total en los datos se calcula la diferencia que existe entre el valor que toma cada una de las observaciones y la media total. Posteriormente se eleva al cuadrado cada una de esas diferencias; se suman y obtenemos la suma total de cuadrados (SS_T):

$$SS_T = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{X}_{Total})^2$$

Se puede obtener la suma total de cuadrados a través de estadística descriptiva. Para lograrlo es necesario acudir a la varianza. La suma total de cuadrados y la varianza guardan mucha relación. En realidad, miden lo mismo: la variación en los datos, aunque la varianza lo presente como el promedio de la variación de los datos. Para ello, la varianza toma la suma total de cuadrados y la divide entre los grados de libertad: $s^2 = SS_T / (N - 1)$. Por lo tanto, se puede obtener la suma de cuadrados total a través de la varianza si se reorganiza la anterior ecuación: $SS_T = s^2 (N - 1)$. En el cuadro 2.6 se muestra la varianza total de la Intención de Compra; si se sustituye en la anterior ecuación, se debería calcular la suma de errores al cuadrado total:

$$SS_T = s^2 (N - 1)$$

$$SS_T = 3.075 (69 - 1)$$

$$SS_T = 3.075 (68)$$

$$SS_T = 209.1$$

Cuadro 2.6 Varianza

Estadísticos		
Intención de Compra		
N	Válidos	69
	Perdidos	0
Varianza		3.075

2.5 Suma de cuadrados del modelo (SS_T)

Ahora sabemos que la variación total en los datos es de 209.1. Sin embargo, no sabemos cuánta de esta variación es explicada por el modelo.

En ANOVA, el modelo se basa en las diferencias entre la media de los grupos y, por lo tanto, la suma de cuadrados del modelo indica qué tanto de la variación puede explicarse por el hecho de que los datos proceden de diferentes grupos.

La suma de cuadrados del modelo se calcula mediante la diferencia entre los valores pronosticados por el modelo y la gran media. En ANOVA, los valores pronosticados por el modelo son la media de cada uno de los grupos. La suma de errores cuadrados es la suma de las distancias al cuadrado entre lo que predice el modelo y la media total de los datos.

Para cada participante el valor pronosticado por el modelo es la media del grupo al que pertenece. En nuestro ejemplo, el valor pronosticado para los integrantes del grupo de control es 3.78, para los integrantes del grupo *Precio de Descuento* es 5.53, y para los integrantes del grupo *BonusPack* es 4.43. La suma de cuadrados del modelo requiere que calculemos la diferencia entre el valor que se predice para cada participante y la gran media. Estas diferencias son elevadas al cuadrado y, posteriormente, sumadas. Sabemos que el valor pronosticado para los integrantes de un grupo en particular es la media del grupo. Por lo tanto, la forma más sencilla de calcular SS_M es la siguiente:

1. Calcular la diferencia entre la media de cada grupo y la gran media.
2. Elevar al cuadrado cada una de esas diferencias.
3. Multiplicar cada resultado por el número de participantes dentro de cada grupo (n_k).
4. Sumar los valores por grupo.

La expresión matemática para el procedimiento anterior es:

$$SS_M = \sum_{k=1}^k n_k (\bar{X}_k - \bar{X}_{Total})^2$$

Si utilizamos los datos de nuestro ejemplo:

$$\begin{aligned} SS_M &= 23 (5.45 - 4.55)^2 + 23 (4.43 - 4.55)^2 + 23 (3.78 - 4.55)^2 \\ &= 23 (.9)^2 + 23 (-.12)^2 + 23 (-.77)^2 \\ &= 18.63 + .3312 + 13.63 \\ &= 32.59 \end{aligned}$$

Los grados de libertad (gl_M) para SS_M siempre serán el número de “cosas” utilizadas para calcular SS_M menos uno. En este caso, utilizamos los valores promedio de tres grupos, por tanto, los grados de libertad serán el número de grupos menos uno: grados de libertad = 2.

2.6 Suma de cuadrados residual (SS_R)

Ahora sabemos que la variación total de los datos es de 209.1 unidades. También sabemos que el modelo puede explicar 32.59 (el 15%). La diferencia entre la suma

de cuadrados totales (SS_T) y la suma de cuadrados del modelo (SS_M) es lo que se conoce como la suma de cuadrados residual (SS_R). La suma de cuadrados residual nos indica la cantidad de variación que no puede ser explicada por el modelo. Este valor es una medida de la cantidad de variación causada por factores externos al modelo (por ejemplo, diferencias en las preferencias por el chocolate: fanáticos del chocolate vs indiferentes al chocolate)⁹. Con los datos de la SS_T y la SS_M , el cálculo de la suma de cuadrados residual es una simple sustracción:

$$SS_R = SS_T - SS_M$$

2.7 Ratio F

El ratio F es una medida de la variación explicada por el modelo (variación sistemática) entre la variación no sistemática (es decir, la variación ocasionada por otros factores distintos a los propuestos en el modelo). En otras palabras, éste es un ratio que resulta de dividir la variación atribuida al modelo entre la variación atribuida al error. El ratio-F puede calcularse dividiendo la media cuadrática del modelo entre la media cuadrática residual.

$$F = \frac{MS_M}{MS_R}$$

En experimentos, F manifiesta el efecto de la variable experimental sobre la Intención de Compra de los individuos. Un punto de vista interesante acerca de F es que; dado que representa la varianza sistemática entre la varianza no sistemática, si su valor es menor que 1, este, por definición representa un efecto no significativo. Esto es porque si el ratio-F es menor que 1 indica que la MS_R (media cuadrática del residuo) es mayor que la MS_M (media cuadrática del modelo), lo que significaría que la variación en la variable dependiente se debería en mayor medida al error (otras variables no consideradas en el modelo) que al modelo propuesto. En nuestro ejemplo concreto, un $F < 1$ significaría que la variación en la intención de compra se debería a otras variables no consideradas y no a las estrategias de precios como *Bonus pack* y *Precios de Descuento*. Por su parte, $F > 1$ indica que la manipulación experimental tuvo un efecto sobre la intención de compra. No obstante, éste no indica si el ratio F es lo suficientemente grande como para poder descartar que éste sea producto de la casualidad. Para evaluar la magnitud de F, es necesario comparar el valor obtenido de F contra el máximo valor esperado por casualidad si la media de los grupos

⁹ En el experimento que se usa como ejemplo se analizaron las estrategias de Precio de Descuento y Bonus Pack usando como estímulo una barra de chocolate; la cual fue ofertada bajo las dos anteriores estrategias.

fuera la misma en una distribución F con los mismos grados de libertad; si el valor obtenido excede este valor crítico ($p < .05$), entonces se puede confiar en que F refleja el efecto de nuestra variable independiente.

2.8 Interpretación F

Cuando el modelo compara medias (como en el caso de ANOVA), el test F evalúa si, en general, hay diferencias entre las medias aunque no provee información específica sobre qué grupos se ven afectados.

Asumiendo que el experimento se lleva a cabo con tres grupos, si ajustamos el modelo comparando la media de los grupos, entonces un ratio F significativo indica que la media de esos tres grupos no es la misma ($\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2 \neq \bar{X}_3$). Sin embargo, hay distintas formas en las que la media puede diferir:

1. Una posibilidad es que la media de las tres muestras (grupos) sea significativamente diferente ($\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2 \neq \bar{X}_3$).
2. Otra posibilidad es que la media de los grupos 1 y 2 sea la misma, pero que la media del grupo 3 sea significativamente diferente de los otros dos grupos ($\bar{X}_1 = \bar{X}_2 \neq \bar{X}_3$).
3. Otra alternativa es que los grupos 2 y 3 tengan la misma media pero que la media del grupo 1 sea significativamente diferente ($\bar{X}_1 \neq \bar{X}_2 = \bar{X}_3$).
4. Finalmente, otra alternativa es que la media de los grupos 1 y 3 sea igual pero la media del grupo 2 sea diferente ($\bar{X}_1 = \bar{X}_3 \neq \bar{X}_2$).

En resumen, en un experimento, el ratio-F nos indica únicamente que la manipulación experimental ha tenido un efecto, pero no indica específicamente qué efecto fue.

2.9 Supuestos de ANOVA

ANOVA es susceptible de sesgos. Por ejemplo, es sensible a la distribución de los datos. Al respecto, ANOVA requiere de una distribución *normal*. Sin embargo, esta distribución hace referencia a los valores dentro del grupo. Es decir, debe haber una distribución normal dentro de cada grupo y no en todo el conjunto de datos.

2.9.1 Homogeneidad de la varianza

Otro supuesto es que la varianza de la variable *resultado* (dependiente) es estable a medida que el predictor cambia (en este contexto significa que la varianza en los grupos es igual). Este supuesto puede ser evaluado mediante el test de Levene, que evalúa la hipótesis nula de que la varianza de los grupos es la misma. Si el test de Levene es significativo (valor $p < .05$), entonces se puede decir que son significativamente diferentes (no se asumen varianzas homogéneas). ¿Qué hacer

si se ha violado el supuesto de homogeneidad de la varianza? Para atender al problema de varianzas heterogéneas hay que ajustar el estadístico F; SPSS ofrece dos versiones corregidas del ratio F:

1. *F de Brown-Forsythe*. Es común que el supuesto de homogeneidad de la varianza se viole porque se emplean grupos de diferente tamaño. En estos casos, los grupos de mayor tamaño suelen tener la mayor varianza y, por lo tanto, sesgar el ratio F ofreciendo uno más conservador, es decir uno más pequeño de lo que debería¹⁰. Brown y Forsythe atienden a este problema calculando las varianzas no por el tamaño de los grupos sino por la inversa (n/N el tamaño del grupo como una proporción de la muestra total) reduciendo el impacto de grupos de gran tamaño.

2. *F de Welch*. Ajusta F y los grados de libertad del residuo para combatir problemas asociados a la violación del supuesto de homogeneidad de la varianza.

¿Cuál elegir? La literatura al respecto señala que ambos procedimientos controlan el error del Tipo 1¹¹. Sin embargo, en términos de poder estadístico destaca F de Welch (Tomnarken y Serlin, 1986).

2.9.2 Violaciones a los supuestos: Robustez de ANOVA

Decir que un test es robusto supone decir que: aún con violaciones a los supuestos, F seguirá teniendo precisión. Es decir, el valor de F no se ve afectado por violaciones a supuestos de normalidad y homogeneidad de la varianza.

Hay dos puntos a considerar alrededor de la significancia de F: 1) ¿F controla la tasa de error del Tipo 1 o es significativa incluso cuando no hay diferencias en la media de los grupos?; 2) ¿F tiene suficiente poder estadístico (es decir, es capaz de detectar diferencias)?

En lo que respecta a la primera pregunta, F controla bien los errores del tipo 1 bajo condiciones de asimetría, curtosis y distribuciones no normales. Distribuciones asimétricas tienen un efecto muy pequeño sobre el error y el poder estadístico de dos colas (aunque pueden tener serias consecuencias sobre los test de una cola). En lo que respecta a la curtosis, distribuciones leptocúrticas hacen que el error del tipo 1 sea muy bajo (muy pocos efectos nulos son significativos) y,

¹⁰ Esto se debe a que en el cálculo de la suma de cuadrados residual, las varianzas son multiplicadas por el número de observaciones en cada grupo menos unos; por tanto, grupos con mayor número de integrantes conducen a una mayor varianza y, por tanto, a una suma de cuadrados residual sesgada. Finalmente, esta suma de cuadrados del residuo afecta el ratio F dado que éste se calcula dividiendo la suma de cuadrados del modelo entre la suma de cuadrados del residuo.

¹¹ Error cometido cuando la hipótesis nula es verdadera pero se rechaza (Stock y Watson, 2012).

consecuentemente, el poder estadístico es muy alto; mientras que las distribuciones platicúrticas tienen el efecto opuesto. Finalmente, la curtosis parece no afectar en lo que respecta a la muestra de los grupos, si son o no de igual tamaño. En lo relacionado con el poder estadístico de F, este aparentemente no se ve afectado por la distribución de los datos. Es decir, no es sensible a una distribución no-normal.

Cuando el tamaño de los grupos es el mismo (misma cantidad de participantes en cada grupo), el estadístico F es bastante robusto a las violaciones de la normalidad. Sin embargo, cuando el tamaño de los grupos es diferente, la precisión de F se ve afectada por la asimetría y la distribución no-normal que afecta el poder de F en formas no pronosticables.

En lo referente a la violación a los supuestos de la homogeneidad de la varianza, ANOVA es bastante robusto en términos del error cuando el tamaño de los grupos es igual. Sin embargo, cuando el tamaño de los grupos es diferente, ANOVA no es robusto a las violaciones en la homogeneidad de la varianza (lo deseable es que el tamaño de la muestra entre los grupos sea la misma). Cuando los grupos de mayor tamaño muestran mayor varianza que los grupos de menor tamaño, el F tiende a ser conservador. Esto significa que es muy probable que produzca resultados no significativos aún y cuando existan diferencias genuinas entre los grupos (en la población). Por oposición, cuando los grupos con muestras de mayor tamaño manifiestan varianzas más pequeñas que los grupos con muestras de menor tamaño, F tiende a ser más liberal. Esto significa que es muy probable que produzca resultados significativos aún y cuando no existan diferencias entre los grupos (en otras palabras, no controla el error del tipo 1).

Cuando las varianzas son proporcionales a la media, entonces el poder de F no se ve afectado por la heterogeneidad de la varianza y tratar de estabilizar varianzas no mejorará sustancialmente el poder estadístico. Los problemas relacionados con la violación al supuesto de homogeneidad de la varianza pueden ser corregidos como se describió en el apartado 2.9.1.

Las violaciones a los supuestos de independencia son muy serias. Cuando este supuesto se viola, es decir, cuando las observaciones a través de los grupos se correlacionan, entonces se infla sustancialmente el error del tipo 1 (Scariano y Davenport, 1987).

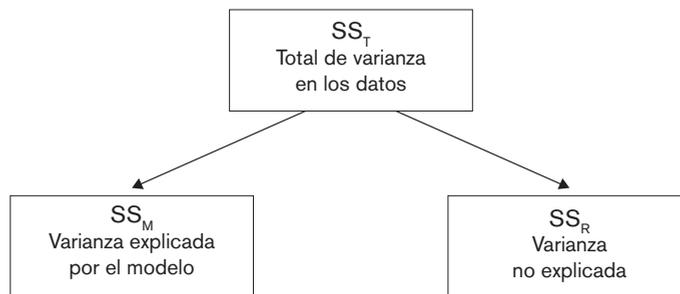
2.10 Contrastes planeados

El ratio-F indica únicamente si el modelo ajusta a los datos explicando mayor variación que la que explican factores externos al modelo. No obstante, este estadístico nos indica concretamente entre qué grupos se presentan las diferencias. Por lo tanto, si el ratio-F es suficientemente amplio como para ser estadísticamente

significativo, entonces lo único que se sabe es que una o más de las diferencias en la media de los grupos es estadísticamente significativa. Por tanto, posterior al ANOVA es necesario conducir una serie de análisis para identificar qué grupos difieren. En la regresión múltiple, cada coeficiente b es evaluado individualmente a través de una prueba t , eso mismo se puede hacer en ANOVA. No obstante, será necesario estimar dos estadísticos t , lo que inflaría el error del tipo 1. Por lo tanto, se requiere de un mecanismo diferente para contrastar la diferencia entre grupos sin inflar el error del tipo 1. Hay dos caminos para lograr esto:

1. El primero es dividir la varianza explicada entre las distintas partes del modelo.
2. El segundo camino es comparar cada grupo (como si se condujeran distintos estadísticos t) pero utilizando criterios de aceptación más estrictos, de modo que la tasa de error no supere el .05.

Figura 2.3 Distribución de la varianza en ANOVA primer contraste



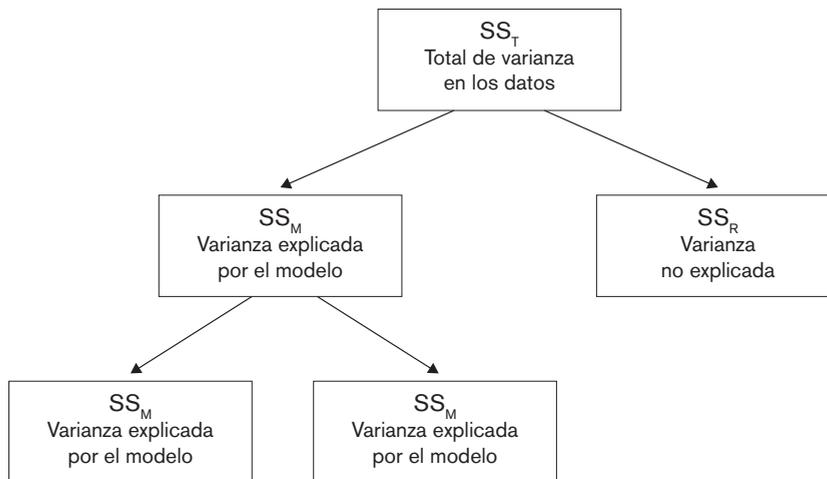
El primer camino (dividir la varianza explicada) puede llevarse a cabo usando comparaciones planeadas (también conocidas como contrastes planeados). Mientras que la segunda alternativa se lleva a cabo mediante los test *post hoc*. Las diferencias entre las comparaciones planeadas y los test *post hoc* tienen que ver con que si se tienen o no una hipótesis. Comparaciones planeadas se llevan a cabo cuando se tiene una hipótesis específica que desea contrastarse; mientras que los test *post hoc* se llevan a cabo cuando no se tienen hipótesis.

¿Qué contraste hacer? En nuestro ejemplo de estrategias de precios podría tenerse una hipótesis. Por un lado, podría esperarse que frente al grupo de control (aquel que sólo se le ofreció el precio de referencia) cualquier estrategia de precios incrementaría las intenciones de compra. Asimismo, como segunda hipótesis, podría pensarse que frente a la estrategia de *Bonus pack*, la estrategia de Precios de Descuento incrementa la intención de compra. Para hacer *Comparaciones Planeadas*, estas hipótesis deberían llevarse a cabo antes de que los datos se hayan colectado.

Es bastante estándar comparar las condiciones experimentales frente al grupo de control como *primer contraste* y, posteriormente, analizar las diferencias entre los grupos experimentales (*segundo contraste*). ANOVA se basa en dividir el total de la variación en dos partes: la variación atribuida a la manipulación experimental (SS_M), y la variación atribuida a los factores no-sistemáticos (SS_R) tal y como se muestra en la figura 2.3.

Las comparaciones planeadas llevan más allá la anterior idea, dividiendo la variación experimental en dos partes. El número exacto de comparaciones que haga dependerá de la hipótesis. En nuestro ejemplo, la varianza experimental en primer lugar examina qué tanta variación es creada por las estrategias de precios (*BonusPack* y Precios de Descuento) comparada con el grupo de control (contraste 1). Posteriormente, se analiza variación explicada por las estrategias de precios, qué tanta es explicada por las estrategias de precios *BonusPack* frente a las estrategias de Precio de Descuento (contraste 2) tal y como se muestra en la figura 2.4.

Figura 2.4 Distribución de la varianza en ANOVA segundo contraste



Hay tres reglas que pueden ayudar en la formulación de las comparaciones planeadas:

1. Si se tiene grupo de control, este se compara frente a los grupos experimentales.
2. Cada contraste debe comparar sólo dos partes de la variación
3. Una vez que un grupo ha sido individualizado en un contraste, no puede ser usado en otro contraste. Por ejemplo, en el contraste 1, se analizan las dos estrategias de precios frente al grupo de control, por tanto, en posteriores contrastes ya no puede ser utilizado el grupo de control.

Si se sigue la regla de independencia de contrastes, y sólo se comparan dos piezas de varianza, entonces debería terminar con un contraste menos que el número de grupos; esto es, $k-1$ contrastes (donde k es el número de condiciones a comparar).

Cada contraste debe comparar sólo dos partes de la varianza. Recuerde que el ratio-F indica la diferencia en la media de los grupos, pero no dice exactamente en cuáles. Si un contraste comparara más de dos porciones de varianza se tendría el mismo problema que el ratio-F. Así pues, mediante la comparación de sólo dos partes de la varianza podemos estar seguros de que un resultado significativo representa las diferencias entre estas dos porciones de la varianza.

Finalmente, en investigación es común que se use, al menos, una condición de control, y en la gran mayoría de los diseños experimentales se pronostica que las condiciones experimentales diferirán de la condición de control. Así, cuando se hacen comparaciones planeadas lo común es que su primer contraste sea el que compare todas las condiciones experimentales frente a al grupo de control. Una vez hecho esto, cualquier comparación subsecuente dependerá de la cantidad de grupos experimentales que haya.

Cuando se llevan a cabo contrastes planeados, se comparan partes de la varianza, y esas partes consisten en grupos. Cuando se diseñan contrastes para comparar distintos grupos frente a un solo grupo, se está comparando la media de esos grupos (en una parte de la varianza) frente a la media del otro grupo (en la otra parte de la varianza). En nuestro ejemplo de estrategias de precios, se sugirió que el primer contraste comparase la media de los grupos experimentales (Precios de Descuento y *BonusPack*) frente al grupo de control. La media de los grupos es: Precios de Descuento= 5.43; *BonusPack*= 4.43; Grupo de Control= 3.78. Así, el primer contraste compara la media del grupo de control (3.78) con el promedio de los dos grupos $[(5.43 + 4.43)/2 = 4.93]$. Si el primer contraste fuera significativo, entonces se concluiría que 4.93 es significativamente superior que 3.78; que en términos de nuestro experimento significa que la media de los grupos experimentales es significativamente diferente a la del grupo de control. Es decir, la intención de compra es significativamente superior en los grupos experimentales. Posteriormente, el segundo contraste analiza las diferencias entre los grupos experimentales. Es decir, analiza si la media del grupo Precios de Descuento es significativamente diferente a la media de *BonusPack*. Si esta comparación es significativa, entonces se puede concluir que frente a las estrategias de precios *BonusPack*, las estrategias de Precios de Descuento incrementan significativamente la intención de compra. Por oposición, si la comparación no es significativa, entonces se concluye que no hay diferencias significativas en la intención de compra en las dos estrategias de precios.

2.10.1 Contrastes usando pesos (*weights*)

Para llevar a cabo contrastes planeados en SPSS es necesario indicar qué grupos se desean comparar y, para ello, se transforman variables en variables *dummy* (0 y 1). Estos valores asignados a las variables dummy son conocidos como pesos (*weights*).

Hay una serie de reglas para asignar valores a las variables *dummy*; necesarias para hacer los contrastes. A continuación se señalan (Field, 2013):

1. Elija comparaciones sensibles. Recuerde que Ud. Desea comparar solo dos porciones de la varianza y, una vez que un grupo ha sido individualizado este es excluido del resto de los contrastes.
2. Los grupos codificados con pesos positivos son comparados contra los grupos codificados con pesos negativos.
3. La suma de pesos en cada comparación (contraste) debe ser cero.
4. Si un grupo no está involucrado en una comparación, automáticamente se le asigna peso cero. Si a un grupo le damos valor cero, entonces este es automáticamente eliminado de los cálculos.
5. Para un contraste dado, el peso asignado a los grupos en una parte de la variación debe ser igual al número de grupos dentro de la otra parte de la variación.

Sigamos estas reglas tomando como ejemplo el experimento sobre precios. En el primer contraste se comparan las condiciones experimentales contra el grupo de control (figura 2.5):

Figura 2.5 Expresión gráfica del primer contraste



Fuente: Elaboración propia.

La primera parte de la variación contiene dos grupos experimentales mientras que la segunda parte es el grupo de control. La regla 2 establece que una parte de la varianza debe recibir peso positivo y la otra parte negativo. No importa a qué parte se le asigne uno u otro signo, pero por cuestiones de conveniencia asignemos el signo positivo a la primera parte (grupos experimentales) y los pesos negativos al grupo de control (figura 2.6):

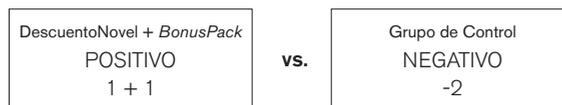
Figura 2.6 Expresión gráfica de la regla 2



Fuente: Elaboración propia.

La regla 5 establece que el peso que se asigne a cada uno de los grupos de la proporción 1 (grupos experimentales) debe ser equivalente al número de grupos en la proporción 2. Hay un solo grupo en la proporción 2 (grupo de control) por tanto, cada grupo en la proporción 1 deberá tomar peso 1. Del mismo modo, se asigna peso en la proporción 2 que sea equivalente al número de grupos en la proporción 1. Hay dos grupos en la proporción 1; por tanto, al grupo de control se le asignará peso 2. Posteriormente, se asignan los signos a los pesos. Previamente se señaló que a la primera proporción se le asignaría signo positivo por tanto: 1 (Precio de Descuento) + 1 (*BonusPack*); y que a la segunda proporción se le asignaría signo negativo: -2 (grupo de control) [figura 2.7]:

Figura 2.7 Expresión gráfica de la regla 5

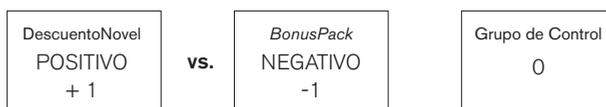


Fuente: Elaboración propia.

La regla 3 establece que para un contraste dado, la suma de los pesos debe ser cero. Siguiendo nuestro ejemplo; $1 \text{ (Precio de Descuento)} + 1 \text{ (} \textit{BonusPack}) = 2$ para la primera porción de la varianza + -2 para para la segunda porción = $2 + (-2) = 0$.

El segundo contraste compara a los dos grupos experimentales, por lo que ignoramos al grupo de control. La regla 4 indica que se debe asignar peso cero al grupo de control. Así, se obtienen dos porciones de la varianza que representan a los dos grupos experimentales: Precio de Descuento y *BonusPack*. Siguiendo las reglas 2 y 5, a un grupo se le debe asignar un peso +1 y a otro -1. Si sumamos los pesos en el contraste dos, el resultado es cero (congruente con la regla 3) [figura 2.8].

Figura 2.8 Expresión gráfica de las reglas de contrastes



Fuente: Elaboración propia.

Los pesos para cada contraste son codificados en variables *dummy* en la siguiente ecuación:

$$Intención\ de\ compra_i = b_0 + b_1 Contraste_{1i} + b_2 Contraste_{2i}$$

Estas pueden ser usadas en un modelo de regresión múltiple en el que \rightarrow_1 representa el contraste 1 (comparar los grupos experimentales frente al control), \rightarrow_2 representa el contraste 2 (comparar los grupos experimentales), y \rightarrow_0 representa la gran media. Cada grupo es codificado de acuerdo a su peso en cada contraste. Por ejemplo, el grupo de control en el contraste 1 tomó un peso de -2, mientras que en el contraste 2 su peso fue 0.

Es importante que la suma de la comparación de los pesos de CERO, pues esto asegura que se están comparando únicamente dos partes de la variación. Otro aspecto importante es que la suma de la multiplicación de ambos contrastes (última columna del cuadro 2.7) sea también CERO. Si el resultado de la adición es CERO, entonces tenemos certeza de que los contrastes son independientes/ORTOGONALES.

Cuadro 2.7 Contrastes ortogonales

Grupo	Variable <i>Dummy</i> 1 (contraste 1)	Variable <i>Dummy</i> 2 (contraste 2)	Producto Contraste 1 x Contraste 2
Control	-2	0	0
Precios de Descuento	1	-1	-1
<i>BonusPack</i>	1	1	1
Total	0	0	0

Fuente: Elaboración propia.

Es importante para la interpretación que los contrastes sean ortogonales. Si los contrastes son independientes, el estadístico *t* de los coeficientes *beta* también será independiente y, por lo tanto, los valores *p* no estarán correlacionados. En

resumen, siempre que se sigan las reglas antes descritas, se tendrán comparaciones ortogonales.

2.10.2 Contrastes no ortogonales

Los contrastes NO ortogonales son comparaciones que, en cierta forma, están relacionadas y la mejor forma de obtenerlos es ignorando la Regla 1 (una vez que un grupo ha sido individualizado este es excluido del resto de los contrastes). En nuestro ejemplo, un contraste no-ortogonal inicia por ejemplo con el mismo contraste 1: comparar los grupos experimentales frente al grupo de control. Sin embargo, en el siguiente contraste, un no-ortogonal compararía, por ejemplo, el grupo Precios de Descuento frente al grupo de control. La forma de codificar estos contrastes se muestra en el cuadro 2.8. Si se observa la última columna queda claro que la suma de las multiplicaciones de los contrastes es diferente de cero. Lo que nos indica que el contraste no es ortogonal.

Cuadro 2.8 Contrastes no ortogonales

Grupo	Variable <i>Dummy</i> 1 (contraste 1)	Variable <i>Dummy</i> 2 (contraste 2)	Producto Contraste1 x Contraste2
Control	-2	-1	2
Precios de Descuento	1	1	1
<i>BonusPack</i>	1	0	0
Total	0	0	3

Fuente: Elaboración propia.

Formalmente no hay error intrínseco en los contrastes NO ortogonales. Sin embargo, si se elige este tipo de contraste se debe tener en cuidado con la interpretación de los resultados. En los contrastes no ortogonales, las comparaciones que se hacen están relacionadas y, por tanto, los estadísticos t y el valor p correlacionarán en cierto modo. Por esta razón, se deben usar niveles de probabilidad mucho más conservadores para aceptar que un contraste es estadísticamente significativo.

2.10.3 Contrastes estándar

Aunque en la mayoría de las circunstancias se podrán diseñar los contrastes de acuerdo a las necesidades, hay una serie de contrastes especiales que han sido diseñados para comparar algunas situaciones en concreto. Algunos de estos contrastes son ORTOGONALES mientras que otros son NO-ORTOGONALES.

En el cuadro 2.9 se muestran algunos de los contrastes disponibles en SPSS para procedimientos como: regresión logística, ANOVA factorial, y ANOVA de muestras repetidas. El cuadro muestra ejemplos de comparaciones con tres y cuatro grupos. En la codificación de variables, SPSS asume que el grupo al que le asigna el código de valor más bajo es el grupo 1, y va considerando los subsecuentes códigos como el resto de grupos de manera consecutiva: 1= grupo 1; 2= grupo 2; y así sucesivamente. Es importante tener en cuenta lo anterior al momento de codificar. De los contrastes presentados en el cuadro 2.9; los contrastes Helmert y Diferencia son contrastes Ortogonales. Mientras que los contrastes: Desviación, Simple y Repetido son contrastes No-Ortogonales.

Cuadro 2.9 Contrastes estándar disponibles en SPSS

Nombre	Definición	Contraste			3 Grupos			4 Grupos
Desviación (primera)	Compara el efecto de cada categoría (excepto la primera) con el efecto experimental total	1	2	vs	(1,2,3)	2	vs	(1,2,3,4)
		2	3	vs	(1,2,3)	3	vs	(1,2,3,4)
		3				4	vs	(1,2,3,4)
Desviación (última)	Compara el efecto de cada categoría (excepto la última) con el efecto experimental total)	1	1	vs	(1,2,3)	1	vs	(1,2,3,4)
		2	2	vs	(1,2,3)	2	vs	(1,2,3,4)
						3	vs	(1,2,3,4)
Simple (primera)	Cada categoría es comprobada con la primer categoría	1	1	vs	2	1	vs	2
		2	2	vs	2	1	vs	3
		3					vs	4
Simple (última)	Cada categoría es comprobada con la última categoría	1	1	vs	3	1	vs	4
		2	2	vs	3	2	vs	4
		3					vs	4
Repetida	Cada categoría (excepto la primera) es comparada con la categoría previa	1	1	vs	2	1	vs	2
		2	2	vs	3	2	vs	3
		3					vs	4
Helmert	Cada categoría (excepto la última) es comparada con el efecto medio de todas las categorías subsecuentes	1	1	vs	(2,3)	1	vs	(2,3,4)
		2	2	vs	3	2	vs	(3,4)
		3				3	vs	4
Diferencia (Helmert reverso)	Cada categoría (excepto la primera) es comparada con el efecto medio de todas las categorías previas	1	3	vs	(2,1)	4	vs	(3,2,1)
		2	2	vs	1	3	vs	(2,1)
		3				2	vs	1

2.11 Procedimientos *post hoc*

En algunos casos no se tiene una hipótesis respecto a la variación de los datos y se exploran las diferencias que puedan ser advertidas entre los grupos. En esos casos, la opción apropiada son los test *post hoc*.

Los test *post hoc* consisten en comparaciones por parejas que son diseñadas para comparar todas las diferentes combinaciones de los grupos. Es decir, hace todas las combinaciones de parejas posibles y hace un estadístico *t* por cada una.

Las comparaciones por parejas incrementan la probabilidad del error del Tipo 1 (rechazar una hipótesis nula cuando no debería rechazarse). Sin embargo, las comparaciones por parejas controlan este error corrigiendo los niveles de significancia para cada test, de tal modo que niveles de significancia al .05 siguen vigentes. Hay distintas alternativas para controlar el error del Tipo 1, el análisis y comparación de cada una de ellas va más allá del alcance de este libro; de tal modo que aquí nos centraremos en una de las alternativas, la más popular: Corrección Bonferroni:

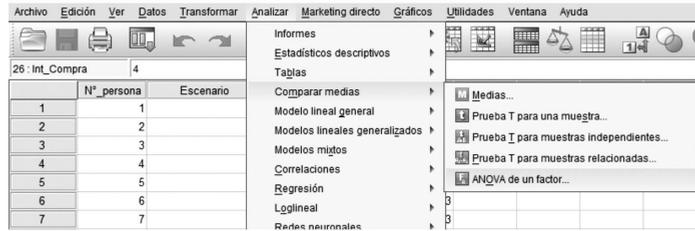
- Corrección Bonferroni: cuando se llevan a cabo múltiples tests de significancia dentro de un mismo modelo, la probabilidad del cometer error del Tipo 1 incrementa. Para controlar este error se ajusta el nivel de significancia para cada test. Bonferroni hace esta corrección dividiendo el nivel de significancia aceptado (.05) entre el número de test. De esta forma Bonferroni controla el error del Tipo 1; sin embargo conduce a un test bastante conservador (y que carece de poder estadístico). Es común que se elija este procedimiento en conjunto con la *Q* de Ryan, Einot, Gabriel y Welsch (REGWQ) dado que éste último además de controlar el error del Tipo 1 goza de poder estadístico (solo de debe utilizar cuando el tamaño de los grupos es igual).

Una nota importante es que las comparaciones múltiples funcionan relativamente bien cuando los datos presentan desviaciones de la distribución normal; pero tienen un muy mal desempeño cuando los grupos son de diferente tamaño. Si se tienen grupos de diferente tamaño la mejor opción es utilizar los procedimientos: Gabriel, y Hochberg GT2.

2.12 ANOVA en SPSS

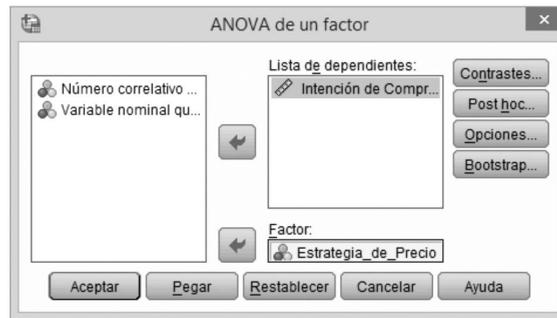
Para estimar un ANOVA de un factor, en el menú principal seleccionamos Analizar→Comparar Medias→ANOVA de un factor (ver figura 2.9).

Figura 2.9 ANOVA en SPSS



Esto conducirá al menú principal de ANOVA (véase Figura 2.10); a la izquierda, en el recuadro, se encuentran todas las variables que están disponibles en nuestra base de datos. De ahí se elige la variable dependiente y se ubica en el recuadro superior del lado derecho. Posteriormente, en el recuadro inferior derecho se incluyen la variable independiente o factor del modelo (factor es otro término para llamar a la variable independiente). Siguiendo nuestro ejemplo, aquí se selecciona la Intención de Compra y se lleva al recuadro de variables dependientes y, posteriormente, se selecciona Estrategia de Precio (que es la variable que identifica a los grupos) y la llevaremos al recuadro Factor.

Figura 2.10 ANOVA menú principal



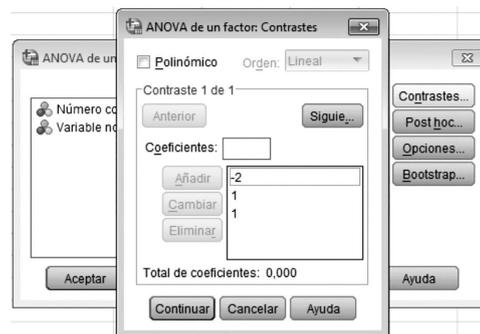
2.12.1 Comparaciones planeadas con SPSS

Para hacer las comparaciones planeadas, en el menú principal se selecciona Contrastes, lo que conducirá al cuadro de diálogo de las comparaciones planeadas (figura 2.11). El cuadro de diálogo tiene dos secciones: 1) la parte superior es la sección de análisis de tendencia. Si se desea evaluar la tendencia en los datos, entonces se marca la casilla Polinómico y, posteriormente, se elige el grado ya sea: lineal, cuadrático, cúbico, 4°, 5°. Nuestro ejemplo incluye sólo tres grupos, por tanto, si se deseara ha-

cer análisis de tendencia, el mayor grado posible a seleccionar sería cuadrático (se requiere, al menos, una categoría más que el grado de tendencia. También recuerde que en nuestro ejemplo no tiene mucho sentido analizar la tendencia)¹².

La segunda parte del cuadro de diálogo es para especificar los contrastes planeados. Para hacer los contrastes, es necesario explicarle a SPSS qué peso se le va a asignar cada grupo. El primer paso es decidir qué comparaciones se desea hacer y, posteriormente, qué pesos deben ser asignados a cada grupo en cada contraste. Algo de esto se hizo en las páginas previas de tal modo que el primer contraste es. -2 (grupo de control), +1 (*BonusPack*), y +1 (Precio de Descuento). Es importante asegurarse de que se introducen correctamente los pesos en cada grupo de tal forma de que el primer peso que se incluya debe ser el peso del primer grupo (es decir, el grupo codificado con el valor más bajo en el editor de datos). En nuestro ejemplo, el grupo con el código más bajo es el grupo de control (que recibió código 1); por lo tanto, el peso de este grupo es el que se debe capturar en primer lugar. En el recuadro de coeficientes indicamos -2 y se da clic en añadir. Posteriormente, se incluye el peso= 1 del segundo grupo (*BonusPack* codificado= 2 en el editor de datos) y se da clic en añadir y, finalmente, se incluye el peso del tercer grupo (Precio de Descuento) peso= 1 y se da clic en añadir. Ahora el cuadro de diálogo de contrastes debe lucir igual que la figura 2.11.

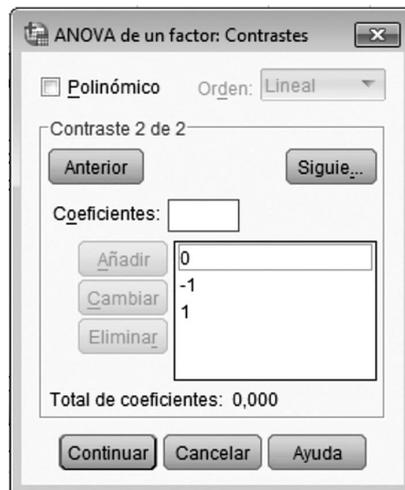
Figura 2.11 Contrastes ANOVA de un factor



¹² En los casos en los que requiera de análisis de tendencia, debe codificar los grupos en orden de acuerdo a la magnitud. De tal modo que el grupo 1 deberá ser el grupo de menor magnitud, el grupo 2 deberá ser el de siguiente magnitud y así sucesivamente. Nuestro ejemplo, evalúa dos distintas estrategias de precios pero ambas establecen el mismo descuento. Si, por ejemplo, se hubiera evaluado una hipótesis relacionada con la magnitud del descuento, entonces tendría sentido evaluar la tendencia.

Una vez especificado el primer contraste, dé clic en Siguiente. Al hacerlo, los pesos especificados desaparecerán y en cuadro de diálogo ahora se leerá: contraste 2 de 2. Los pesos en el contraste 2 serán: 0 (grupo de control), -1 (*BonusPack*), y +1 (Precio de Descuento). Hay que recordar las reglas sobre los contrastes, una vez que un grupo ha sido individualizado en un contraste, ya no se usa en el siguiente contraste, por tanto, el grupo de control debe recibir peso 0. En el recuadro de coeficientes indicamos 0 y se da clic en añadir. Posteriormente, incluimos el peso= -1 del segundo grupo (*Bonuspack*) y damos clic en añadir. Finalmente, incluimos el peso del tercer grupo (Precio de Descuento) peso= 1 y se da clic en añadir. Ahora el cuadro de diálogo de contrastes debe lucir igual que la figura 2.12.

Figura 2.12 Contrastes ANOVA de un factor (continuación)

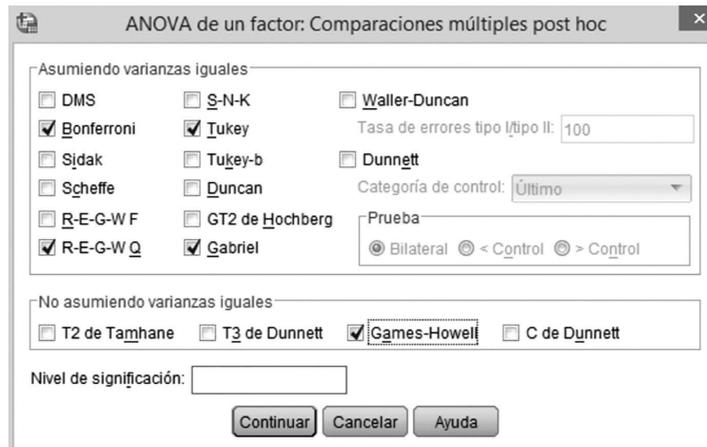


Hay que recordar que la suma de todos los pesos en ambos contrastes debe ser cero. Una vez establecidos todos los contrastes, hay que dar clic en continuar.

2.12.2 Test post hoc en SPSS

En el ejemplo que estamos siguiendo no es necesario hacer los test *post hoc* dado que se tiene una hipótesis concreta que se busca probar a través de los contrastes. Si fuera el caso y se requiriese el test *post hoc*, entonces en el cuadro de diálogo de ANOVA habría que dar clic en post hoc para abrir el menú principal (figura 2.13). Una vez en el menú inicial se selecciona: corrección Bonferroni, Tukey (muy semejante a Bonferroni), R-E-G-W-Q, y Gabriel si se asumen varianzas iguales. En caso de que no se asuman varianzas iguales, entonces debe elegirse Games-Howell.

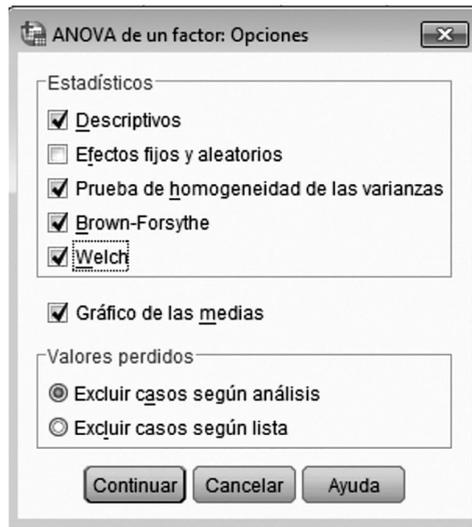
Figura 2.13 ANOVA de un factor de comparaciones múltiples



2.12.3. Opciones

En el menú de opciones de ANOVA de un factor se puede solicitar estadísticos descriptivos que proporcionarán: media, desviación estándar, errores estándar e intervalos de confianza para la media de cada grupo (esta opción es muy útil de cara a la interpretación de los resultados). SPSS también nos permite evaluar la hipótesis de homogeneidad de la varianza (la varianza de los grupos es la misma). Para ello, se debe seleccionar la Prueba de homogeneidad de las varianzas, ésta producirá el Test de Levene. Finalmente, en el apartado de Estadísticos se recomienda ampliamente seleccionar ya sea Brow-Forsythe, Welch o ambos para que, en caso de que se tengan varianzas heterogéneas, se puedan interpretar los test. Adicionalmente, SPSS ofrece el gráfico de las medias, si se selecciona esta opción, el *software* produce un gráfico con la media de los tres grupos. Finalmente, el menú de opciones nos permite especificar el tratamiento que se le dará a los valores perdidos; ya sea que desee excluir casos según análisis o según lista. En este caso lo propio es utilizar *Excluir casos según análisis*; este procedimiento excluirá cualquier caso que tenga un valor perdido, ya sea en la variable dependiente o independiente usadas en un análisis en particular. Excluir casos según lista, excluirá del análisis cualquier caso que muestre un valor perdido en la variable independiente o cualquiera de las dependientes utilizadas (ver figura 2.14).

Figura 2.14 ANOVA de un factor: opciones



2.13. Resultados

SPSS muestra en primer lugar el cuadro 2.10 de estadísticos descriptivos. Éste ofrece el número de observaciones (casos) en cada grupo, la media, desviación estándar y error estándar de cada grupo y los intervalos de confianza de la media. Asumiendo que esa muestra es una del 95% que contiene el valor verdadero, entonces el valor verdadero de la media del grupo de control está entre 2.89 y 4.68.

Cuadro 2.10 Estadísticos descriptivos ANOVA de un factor

	N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
					Límite inferior	Límite superior		
Grupo de Control (Precio de Referencia)	23	3.78	2.066	.431	2.89	4.68	1	7
Grupo BonusPack	23	4.43	1.590	.332	3.75	5.12	2	6
Grupo DescuentoNovel	23	5.43	1.121	.234	4.95	5.92	2	7
Total	69	4.55	1.753	.211	4.13	4.97	1	7

El siguiente cuadro de resultados (2.11) muestra el test de Levene. En este caso, el test prueba la hipótesis nula de que la varianza de los tres grupos sea la misma. Por tanto, si el test es significativo (esto es que el valor de la significancia sea menor o igual a .05), entonces las varianzas son significativamente diferentes lo que significa que se ha violado el supuesto de homogeneidad de la varianza. En nuestro ejemplo, el test de Levene es significativo por tanto, el supuesto de homogeneidad de la varianza ha sido violado; es decir hay heterocedasticidad. ¿Qué hacer cuando se tiene este problema? Podemos resolverlo mediante la transformación de los datos y haciendo el análisis nuevamente usando los valores transformados¹³. Sin embargo, también pueden atenderse a los estadísticos de Brown-Forsythe y Welch que solicitamos durante la estimación de ANOVA precisamente previniendo problemas de heterogeneidad de la varianza.

Cuadro 2.11 Prueba de homogeneidad de varianzas ANOVA de un factor

Estadísticos de Levene	gl1	gl2	Sig.
11.365	2	66	.000

La tabla de ANOVA de un factor (cuadro 2.12) se divide en los efectos inter-grupos/*betweengroups* (los efectos atribuidos al modelo, el efecto experimental) y los efectos intra-grupo/*withingroups* (la variación no sistemática en los datos). La fila de los resultados del modelo (efectos inter-grupos) muestra la suma de cuadrados 31.85, con 2 grados de libertad y, por lo tanto, una media cuadrática de 15.92. Dado que los efectos inter-grupos representan el efecto experimental, entonces la suma de cuadrados y la media cuadrática de este efecto, representan el efecto del experimento. Por su parte, la fila de intra-grupo (*within-groups*) muestra información sobre la varianza no sistemática dentro de los datos (la variación atribuida a las diferencias naturales en la intención de compra y el gusto por el chocolate de los individuos). Esta fila indica que tanta variación no sistemática existe. Así pues, hay una suma de cuadrados residual de 177.21 con 66 grados de libertad y, por lo tanto, una media cuadrática residual de 2.69. Finalmente, la tabla de ANOVA muestra el ratio-F que evalúa si la media de los grupos es la misma. El valor de este ratio es de 5.93 y su significancia es de $p = .004$. El análisis de F en ANOVA de un

¹³ Hay distintas alternativas de transformación de los datos, entre las más comunes se encuentran: transformación logarítmica, transformación raíz cuadrada, transformación recíproca, entre otros.

factor es muy semejante a la interpretación en el modelo de regresión, por tanto: debe tomarse valor superior a 1 y ser significativo. En nuestro ejemplo $F = 5.93$ es significativo $p = .004$, lo que indica que la probabilidad de obtener un F de este tamaño (considerando que no hay un efecto genuino del experimento) es tan baja como .4%. En resumen, se asume que hay un efecto significativo de las estrategias de precios sobre la intención de compra. Sin embargo, hasta este punto, aún no sabemos con exactitud cuál es el efecto de las estrategias de precios (*BonusPack* y Precio de Descuento) y cómo difieren entre ellas.

Cuadro 2.12 ANOVA de un factor

Intención de Compra					
	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	31.855	2	15.928	5.932	.004
Intra-grupos	177.217	66	2.685		
Total	209.072	68			

El cuadro 2.13 muestra las pruebas robustas de igualdad de medias; muestra los ratio F de Welch y Brown-Forsythe. En general los ratios F de Welch y Brown-Forsythe hacen la misma función que el ratio-F de la tabla de ANOVA: evalúan si la media de los grupos es la misma; y su interpretación es la misma ($F \geq 1$; $p \leq .05$). En los casos en los que el test de Levene no sea significativo (es decir, que haya homogeneidad de la varianza) no será necesario atender a estos ratios. Sin embargo, en los casos, como nuestro ejemplo, en los que se viola el supuesto de homogeneidad de la varianza, se debe atender a estos F en lugar del ratio-F de la tabla ANOVA (comúnmente se reporta el F de Welch)¹⁴.

Cuadro 2.13. Pruebas robustas de igualdad de las medias

Intención de compra				
	Estadístico ^a	gl1	gl2	Sig.
Welch	6.851	2	41.443	.003
Brown-Forsythe	5.932	2	54.484	.005

a. Distribuidos en F asintóticamente

¹⁴ Los ratios F de Welch y Brown-Forsythe ajustan F y los grados de libertad de los residuos con la finalidad de combatir problemas asociados a la violación del supuesto de homogeneidad de la varianza.

Los cuadros de resultados 2.14 y 2.15 ofrecen los contrastes planeados. En nuestro ejercicio, se estiman dos comparaciones planeadas: una para evaluar si el grupo de control era diferente a los dos grupos experimentales (*BonusPack* y Precio de Descuento); y otro para evaluar cuál de las dos estrategias de precios: *BonusPack* o Precio de Descuento, incrementa en mayor medida la intención de compra.

El cuadro 2.14 (coeficiente de los contrastes) muestra los contrastes solicitados a SPSS y los pesos que asignamos a cada uno de los grupos en cada contraste. En este cuadro, se debe confirmar que haya seguido las reglas para hacer los contrastes y que los pesos ingresados en SPSS sean los correctos.

Cuadro 2.14. Coeficientes de los contrastes ANOVA de un factor

Contraste	Estrategia_de_Precio		
	Grupo de Control (Precio de Referencia)	Grupo <i>BonusPack</i>	Grupo DescuentoNovel
1	-2	1	1
2	0	-1	1

El cuadro 2.15 (pruebas para los contrastes) ofrece la significancia estadística para cada contraste. Lo primero que se puede notar es que el cuadro ofrece estadísticos para ambas situaciones: cuando se asume igualdad de varianzas y cuando no se asume igualdad de varianzas. Si, como en nuestro caso, el Test de Levene es significativo, entonces se debe interpretar la parte del cuadro en la que no se asume igualdad de varianzas. Por oposición, si el test de Levene no es significativo, entonces se debe leer la parte del cuadro en el que se asume igualdad de varianzas. En el caso que aquí se desarrolla, como se dijo, se interpretará la parte en la que no se asume igualdad de varianzas, esta fila a su vez ofrece dos líneas, cada una de ellas representa a los dos contrastes planeados. Para cada contraste se tiene el valor, el error típico, el estadístico t, los grados de libertad y la significancia. En el contraste 1 los resultados indican que formar parte de uno de los grupos experimentales, frente al grupo de control, incrementa la intención de compra. Esto es, frente al precio de referencia, estar expuesto a una de las estrategias de precio, ya sea *BonusPack* o Precio de Descuento, incrementa la intención de compra ($p = .021$). El contraste 2 indica que, frente a la estrategia de precio *BonusPack*, la estrategia de Precio de Descuento incrementa significativamente la intención de compra de los participantes ($p = .018$).

Cuadro 2.15. Pruebas para los contrastes ANOVA de un factor

Contraste		Valor del contraste	Error típico	t	gl	Sig. (bilateral)	
Intención de compra	Asumiendo igualdad	1	2.30	.837	2.753	66	.008
	de varianzas	2	1.00	.483	2.070	66	.042
	No asumiendo	1	2.30	.952	2.420	31.965	.021
	igualdad de varianzas	2	1.00	.406	2.465	39.534	.018

2.14 Tamaño del efecto

SPSS no calcula el tamaño del efecto de la ANOVA de un factor. Sin embargo, es posible calcular este tamaño a través de la ecuación de omega al cuadrado (ω^2). Esta estimación se basa en la suma de cuadrados, empleando la varianza explicada por el modelo y la varianza del error:

$$\omega^2 = \frac{SS_M - (gl_M) MS_R}{SS_T + MS_R}$$

$$\omega^2 = \frac{31.855 - (2) 2.685}{209.072 + 2.685}$$

$$\omega^2 = \frac{26.485}{211.757}$$

$$\omega^2 = .1250$$

$$\omega = .35$$

Omega (ω) puede ser interpretado en los mismos términos que R^2 porque omega no es otra cosa que una estimación de recuadro no sesgada. Lo común, cuando se desea reportar la magnitud del efecto total del experimento, es reportar Omega al Cuadrado (ω^2), en estos casos los parámetros para determinar el tamaño del efecto son: .01, .06 y .14 que representan un efecto pequeño, mediano y grande respectivamente (Kirk, 1996), aunque debe tomar en cuenta que estas son simplemente guías y el tamaño de los efectos debe ser interpretado de acuerdo con el contexto y la literatura de lo que se esté estudiando. Los resultados de ω y ω^2 en nuestro ejercicio indican que el tamaño del efecto de las estrategias de precio sobre la intención de compra es moderado.

El tamaño del efecto de todo el ANOVA es interesante, sin embargo su interpretación es sobre el grupo de control respecto a los grupos experimentales.

Más interesante es estimar el tamaño del efecto de los contrastes. La ecuación para estimar el efecto de los contrastes es la siguiente:

Los datos para calcular el tamaño del efecto de los contrastes los calculó y proporcionó SPSS en la tabla Pruebas para los contrastes. Por tanto, si se toman los valores y se sustituyen en la ecuación, se tiene que el tamaño del efecto del primer contraste es¹⁵:

$$r_{\text{contraste}} = \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + gl}}$$

$$r_{\text{contraste}} = \sqrt{\frac{2.420^2}{2.420^2 + 31.965}}$$

$$r_{\text{contraste}} = .3935$$

Por su parte, el segundo contraste es:

$$r_{\text{contraste}_2} = \sqrt{\frac{2.465^2}{2.465^2 + 39.534}}$$

$$r_{\text{contraste}_2} = \sqrt{\frac{6.0762}{45.6102}}$$

$$r_{\text{contraste}_2} =$$

El tamaño del efecto de los contrastes se interpreta bajo las referencias convencionales; efectos de .1, .3 y .5 representan tamaños pequeños, moderados y grandes respectivamente. En nuestro ejemplo, los contrastes representan un efecto de tamaño moderado y significativo.

2.15 Reportar resultados de ANOVA de un factor

Al reportar los resultados de un ANOVA es necesario dar detalles del ratio-F y sus grados de libertad. En nuestro ejemplo no se asumió homogeneidad de la varianza; por tanto, se deben reportar tanto F como grados de libertad de Welch [si se hubiera

¹⁵ En nuestro caso, se toman los valores de la línea en la que no se asume igualdad de varianzas.

asumido homogeneidad de la varianza, entonces se reportan F y grados de libertad de la tabla de ANOVA]. Por tanto, la forma de reportar el resultado es:

Se observó un efecto significativo de las estrategias de precios (BonusPack y Precios de Descuento) sobre la intención de compra de los participantes, $F(2, 41.44) = 6.851, p = .003$.

También se reportan los contrastes planeados:

Los contrastes planeados revelan que, en general, las estrategias de precio ya sea BonusPack o Precio de Descuento incrementan significativamente la intención de compra respecto al grupo de control, $t(31.965) = 2.420, p = .021, r = .3935$. Asimismo, los contrastes muestran que frente a las estrategias de precio BonusPack, las estrategias de Precio de Descuento incrementan significativamente la intención de compra, $t(39.534) = 2.465, p = .018, r = .3649$.

3

Análisis de la Covarianza (ANCOVA)

3.1 ¿Qué es y cuándo emplear ANCOVA?

En el capítulo anterior se estudió cómo estimar un modelo ANOVA de un factor¹⁶, y cómo en este modelo se podía especificar de forma muy semejante al modelo de regresión empleando una ecuación con variables *dummy* para codificar la pertenencia a uno u otro grupo.

Los lectores con conocimientos previos en regresión, sabrán que el modelo de regresión puede extenderse a un modelo de regresión múltiple para pronosticar la variable dependiente empleando dos o más variables independientes métricas. De la misma forma, la ecuación de ANOVA puede extenderse e incluir una o más variables independientes métricas con el fin de pronosticar la variable dependiente. En un modelo experimental, variables como éstas que no son propiamente parte del experimento (es decir, no son variables experimentales que puedan ser manipuladas) pero que pueden ejercer influencia sobre la variable dependiente son conocidas como *covariables* y pueden ser incluidas en el modelo ANOVA. Cuando se miden e incluyen covariables en el análisis de la varianza, entonces se conoce como: Análisis de la Covarianza (ANCOVA).

En el capítulo anterior se analizaron los efectos de las estrategias de precios (Precio de Descuento y *BonusPack*) sobre la intención de compra. Ahora pensemos en otras cosas, además de las estrategias de precios, que puedan influir en la intención de compra. En el ejemplo desarrollado a lo largo de este libro se empleó una barra de chocolate como estímulo; por tanto, se esperaría que el gusto por el chocolate influyera sobre la intención de compra. Es posible que las personas sean más o menos sensibles a las estrategias de precios en función de qué tanto les guste el chocolate. Si estas variables (covariables) se midieran e incluyeran en el modelo, entonces sería posible controlar por la influencia que ejercen sobre la variable dependiente¹⁷.

¹⁶ ANOVA de un factor (en inglés *one-way* ANOVA) es un modelo ANOVA con una única variable independiente; en nuestro contexto, con una única variable experimental.

¹⁷ Las covariables también son conocidas como variables de control.

Razones para incluir covariables en ANOVA hay muchas, el lector puede encontrar argumentos a favor tanto en Stevens (2002) como en Wildt y Ahtola (1978). Sin embargo, aquí se mencionarán dos:

Reduce el error de la varianza intra-grupo/*withing-group* (varianza del error): en ANOVA se evalúa el efecto de un experimento comparando la cantidad de varianza en los datos atribuida al experimento, frente a la variación que no puede ser explicada por el modelo. Si, a través de las covariables, se pudiera explicar algo de la varianza no explicada, entonces se reduciría el error de la varianza permitiendo evaluar con mayor precisión el efecto de la variable experimental.

Elimina las variables de confusión/tercera variable: en cualquier experimento puede haber variables no medidas que confunden los resultados. Es decir, otras variables distintas a las experimentales que afecten la variable resultado. Si todas las variables que, se sabe, afectan a la variable dependiente fueran medidas, entonces el modelo ANCOVA es ideal para evitar sesgos. Una vez que una variable de confusión ha sido identificada, ésta puede ser medida e incluida en el análisis como una covariable.

3.2 ANCOVA y el modelo lineal general

Siguiendo el ejemplo que se aborda en este libro, supongamos que luego de haber hecho el experimento sobre precios, se advierte que el gusto por el chocolate de los participantes puede afectar en su intención de compra. Afortunadamente, durante la ejecución del experimento se incluyó una variable métrica para medir el gusto de los participantes hacia el chocolate. La medida es un intervalo que va de 1 a 10 donde 1 indica que no le gusta para nada el chocolate y 10 indica que le fascina.

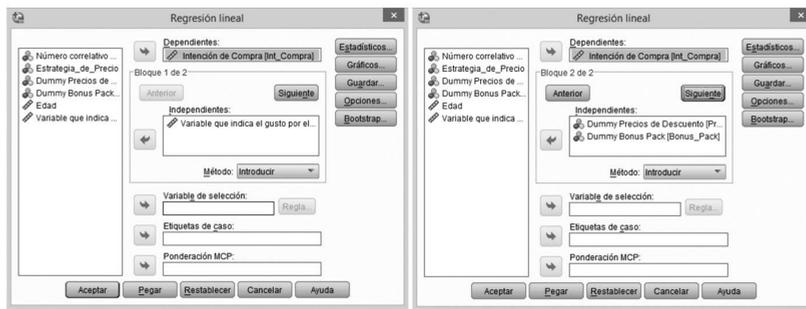
La formulación de la ecuación de ANCOVA sigue la misma estructura que la ecuación de ANOVA; basta con extender esta ecuación e incluir la covariable:

$$\begin{aligned} \text{intención de compra}_i &= b_0 + b_3 \text{Covariable}_i + b_1 \text{Descuento,Novel} + b_2 \text{BonusPack}_i + \mathcal{E}_i \\ &= b_0 + b_3 \text{GustoXchocolate}_i + b_1 \text{Descuento,Novel}_i + b_2 \text{BonusPack}_i + \mathcal{E}_i \end{aligned}$$

Del mismo modo que en ANOVA, se puede comparar la media de los diferentes grupos a través de una regresión lineal en donde los grupos se codifican mediante variables *dummy*. Así pues, si el participante forma parte del grupo Precio de Descuento se le asigna el valor 1 y 0 a quienes no formen parte de ese grupo. Si el participante formó parte del grupo *Bonus pack* se le asigna 1 en esa variable y 0 a quienes no formen parte de ese grupo. Podemos ver a ANCOVA como a una extensión del modelo en donde la covariante se añade como un predictor más. Este modelo analizará la diferencia en la media de los grupos pero ajustado por la covariable. Aunque

esta no es la forma en la que se estimará ANCOVA, se hará una regresión múltiple con la intención de comprender el modelo. Menú: Analizar→Regresión→Lineales. Una vez en el cuadro de diálogo principal, se selecciona Intención de Compra y se coloca en el recuadro de variables Dependientes; posteriormente, se selecciona la covariable Gusto y se coloca en el recuadro de variables independientes. Con la finalidad de observar el efecto individual de la covariable; haremos un modelo jerarquizado, por tanto, se da clic en el botón “Siguiente” que se encuentra encima del recuadro de variables independientes. Esto limpiará el cuadro de variables independientes para que incluya las variables *dummy* (al hacer esto, SPSS estimará dos modelos: uno solo con la covariable y otro con las tres variables independientes). Hecho esto simplemente se da aceptar para obtener los resultados de la regresión (véase figura 3.1).

Figura 3.1 Regresión con predictores cualitativos y cuantitativos



El resumen del modelo muestra el ajuste del modelo cuando solo se incluye la covariable para pronosticar la intención de compra. Asimismo, muestra el ajuste cuando se incluyen la covariable y las dos *dummy* (modelo 2). La diferencia entre los R-cuadrado de ambos modelos representa la contribución individual de las Estrategias de Precio (.153-.101= .052). De los resultados se desprende que un 5.2% de variación en la Intención de compra se debe a las Estrategias de Precio, mientras que el Gusto por el Chocolate explica hasta el 10% de esta varianza (ver cuadro 3.1).

Cuadro 3.1 Resumen del modelo

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. De la estimación
1	0.318	.101	.087	1.675
2	.391 b	.153	.113	1.651

El siguiente cuadro de resultados (cuadro 3.2) es la tabla del ANOVA. Nuevamente está dividida en dos secciones (modelos). La parte superior muestra el ajuste del modelo cuando sólo se incluye la covariable; mientras que la parte inferior muestra el ajuste cuando además de la covariable se incluyen las variables *dummy* de estrategias de precios. Los resultados muestran que el modelo ajusta a los datos con un significativo ($p = .013$) y F superior a 1.

Cuadro 3.2 ANOVA

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	21.095	1	21.095	7.519	0.008
	Residual	187.977	67	2.806		
	Total	209.072	68			
2	Regresión	31.904	3	10.635	3.902	0.013
	Residual	177.168	65	2.726		
	Total	209.072	68			

Cuadro 3.3 Coeficientes de regresión

Modelo	Coeficientes no estandarizados		Coeficientes tipificados	t	Sig.
	B	Error tip.	Beta		
1 (Constante) Variable que indica el gusto por el chocolate en una escala de 1 a 10 donde 1 es no le gusta nada y 10 le gusta mucho	3.121	.559		5.583	.000
	.239	.087	.318	2.742	.008
2 (Constante) Variable que indica el gusto por el chocolate en una escala de 1 a 10 donde 1 es no le gusta nada y 10 le gusta mucho Dummy Precios de Descuento Dummy Bonus Pack	3.712	.629		5.905	.000
	.021	.153	.027	.134	.894
	1.557	.857	.422	1.817	.074
	.590	.669	.160	.882	.381

Finalmente, el cuadro 3.3 muestra los coeficientes de regresión. Los valores beta de las variables *dummy* representan las diferencias en la media del grupo de control y el grupo Precio de Descuento, y la diferencia entre la media del grupo de control y la del grupo *Bonus pack*. Si se calcula la media de los tres grupos (Control, Precio de Descuento y *Bonus pack*) y se hacen las sustracciones notará que las diferencias no corres-

ponden con los beta que muestra el cuadro 3.3. ¿A qué se debe? La razón es que los valores beta de la regresión representan las diferencias entre la media de cada grupo y el grupo de control pero ajustados por el gusto por el chocolate (la covariable).

Si se reemplazan los valores beta en la ecuación de regresión, el modelo (ignorando el error) se expresaría de la siguiente forma:

$$\text{Intención de Compra}_i = 3.712 + .021 * \text{Gusto por el chocolate}_i + 1.557 * \text{Precio de Descuento}_i + .590 * \text{BonusPack}_i$$

Hay que recordar que Precio de Descuento y Bonus pack son variables *dummy*, por lo que tomarán valor 1 para los participantes de sus respectivos grupos y 0 en cualquier otro caso. Para hacer los ajustes, se usa la anterior ecuación y se reemplaza la covariable por la media de la covariable; esto obedece a que el interés es pronosticar el valor de cada grupo y el grupo de control cuando se ha ajustado la media del gusto por el chocolate. Así pues, para el caso del grupo de control en el que ambas variables *dummy* toman valor cero, el ajuste será:

$$\overline{\text{Grupo de Control}} = 3.712 + 0.21 * 5.97 + 1.557 * 0 + .590 * 0$$

$$\overline{\text{Grupo de Control}} = 3.712 + (.021 * 5.97)$$

$$\overline{\text{Grupo de Control}} = 3.83737$$

Para el grupo Precio de Descuento, el ajuste sería:

$$\overline{\text{Precio de Descuento}} = 3.712 + .021 * 5.97 + 1.557 * 1 + .590 * 0$$

$$\overline{\text{Precio de Descuento}} = 3.712 + .12537 + 1.557$$

$$\overline{\text{Precio de Descuento}} = 5.39437$$

Finalmente, para el grupo Bonus pack, el ajuste sería:

$$\overline{\text{Bonus Pack}} = 3.712 + .021 * 5.97 + 1.557 * 0 + .590 * 1$$

$$\overline{\text{Bonus Pack}} = 3.712 + .12537 + .590$$

$$\overline{\text{Bonus Pack}} = 4.42737$$

Una vez que se han ajustado las medias, puede notarse que los valores beta representan la diferencia entre la media ajustada del grupo de control y la media ajustada de cada uno de los grupos. Estas medias ajustadas representan la intención de compra promedio de cada grupo en el nivel medio de gusto por el chocolate.

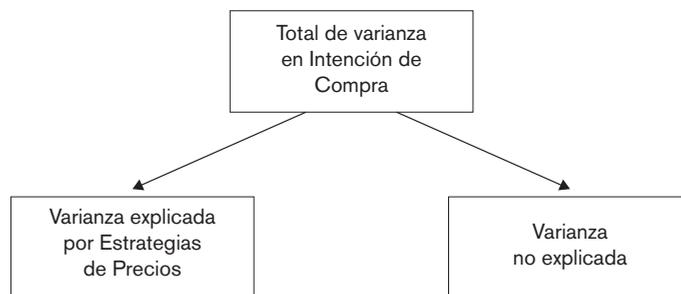
3.3 Supuestos en ANCOVA

ANCOVA es un modelo lineal y, por tanto, todas las fuentes potenciales de sesgo aplicables a los modelos lineales aplican a ANCOVA. Sin embargo, en este modelo hay que tomar en cuenta dos consideraciones adicionales: 1) independencia entre la covariable y la variable tratamiento (variable experimental); y 2) homogeneidad en las pendientes de regresión. A continuación se analizan estas consideraciones.

3.3.1 Independencia entre la Covariable y la Variable Experimental

Como se dijo, ANCOVA reduce la varianza intra-grupos/*withing group* (la varianza del error) mediante la incorporación de la covariable que explica algo de esta varianza del error. Sin embargo, para que esto sea cierto, la covariable debe ser independiente del efecto experimental. Para ilustrar lo anterior, veamos los siguientes casos. En primer lugar, se tiene un contexto de un ANOVA básico (figura 3.2), el total de la variación en la variable dependiente, en este ejemplo, en la intención de compra se compone de dos partes: 1) la varianza explicada por el experimento (en nuestro caso por las estrategias de precios), y 2) de la varianza no explicada/el error (es decir, factores que influyen en la intención de compra de chocolate que no fueron medidos).

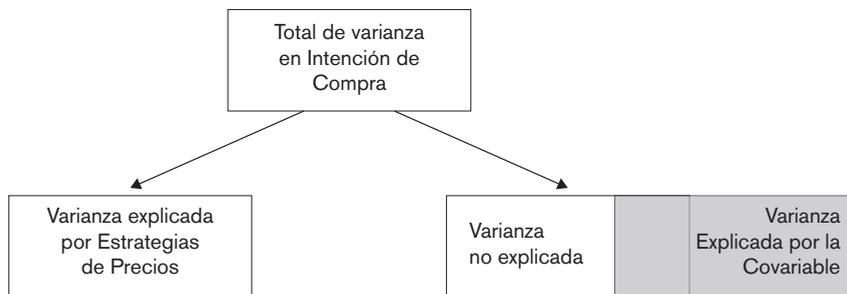
Figura 3.2 Representación de gráfica de ANOVA



Fuente: Elaboración propia.

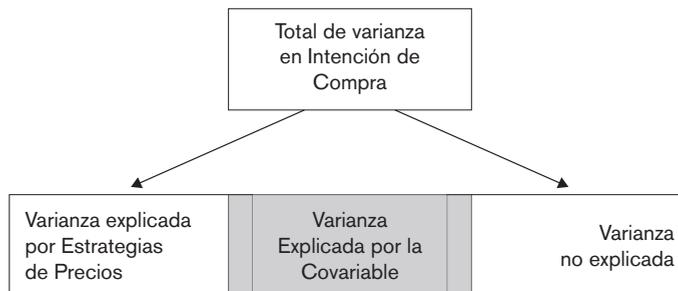
Posteriormente (figura 3.3), se muestra un escenario ideal para ANCOVA en el que la covariable comparte varianza con la intención de compra que no ha sido explicada (varianza del error). En otras palabras, la covariable es independiente de la variable tratamiento (en la ilustración no se superpone con la varianza explicada por las estrategias de precios). Este escenario es el único en el que estimar un ANCOVA es apropiado.

Figura 3.3 Representación de gráfica de ANCOVA con covariable independiente



Fuente: Elaboración propia.

Figura 3.4 Representación de gráfica de ANCOVA con covariable no independiente



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente (figura 3.4), se expone un caso en donde no es apropiado estimar un ANCOVA. En éste, el efecto de la covariable se superpone con el efecto experimental. En otras palabras, el efecto experimental es confundido con el efecto de la covariable. En situaciones como esta, la covariable reduce (estadísticamente hablando) el efecto experimental porque ésta explica algo de la varianza que, de no estar, sería atribuida al experimento. Cuando el efecto experimental (variable independiente) y de la covariable no son independientes, el efecto del tratamiento

(variable independiente) se oscurece. Pueden surgir efectos espurios atribuidos a la variable experimental y, al menos, la interpretación de ANCOVA está seriamente comprometida (Wildt y Ahtola, 1978).

El problema de la varianza compartida entre la covariable y la variable experimental es común. Cuando los grupos de tratamiento difieren en cuanto a la covariable, incluir la covariable en el análisis no controlará estas diferencias (Lord, 1969). Dicha situación surge principalmente cuando los participantes no son asignados aleatoriamente a la condición experimental. Por ejemplo, la ansiedad y la depresión están fuertemente correlacionadas, por tanto, si se desea comparar a un grupo de personas ansiosas frente a un grupo de personas no-ansiosas, las posibilidades de que el grupo de personas ansiosas sean también depresivas, son mayores que las del grupo de no-ansiosos. Una interpretación errónea creería que al incluir la depresión como covariable se observaría el efecto puro de la ansiedad. Sin embargo, este no es el caso dada la amplia varianza compartida entre la ansiedad y la depresión. Este es precisamente el contexto de la figura 3.4; el efecto de la covariable (depresión) podría contener algo de varianza del grupo de ansiedad. Estadísticamente hablando, solo se sabe que la ansiedad y la depresión comparten varianza; no podremos separar esta varianza en: 1) varianza de ansiedad y, 2) varianza de depresión, siempre será compartida (Field, 2013).

Este problema puede evitarse mediante la asignación aleatoria de los participantes a los grupos experimentales, o haciendo coincidir a los grupos experimentales en cuanto a la covariable (en el ejemplo de ansiedad, se asignarían individuos con los mismos niveles de depresión a ambos grupos: ansiosos y no-ansiosos). Antes de estimar el modelo ANCOVA es posible verificar si se va a presentar este problema simplemente comprobando si los grupos difieren en cuanto a la covariable. En el ejemplo que se desarrollará en este capítulo, se puede evaluar si los grupos Precio de Descuento y *Bonus pack* difieren en cuanto al gusto por el chocolate (simplemente con un estadístico t o mediante un ANOVA). Si los grupos no difieren significativamente, entonces es posible usar la variable en cuestión como covariable.

Para estimar un ANOVA de un factor, en el menú principal seleccionamos Analizar→Comparar Medias→ANOVA de un factor. Selecciona la covariable: Gusto (gusto por el chocolate) y la sitúa en la lista de dependientes. Posteriormente, selecciona la variable Estrategias de Precio y la sitúa en el recuadro Factor. Se siguen los procedimientos descritos en el capítulo anterior y se da aceptar para obtener resultados.

Los resultados del test de Levene no son significativos, por lo que se sostiene el supuesto de homogeneidad de la varianza (cuadro 3.4). Por su parte, el estadístico F con valor de 71.438 significativo ($p = .000$) nos indica diferencias en la media

de gusto por el chocolate de cada uno de los grupos (cuadro 3.5). Finalmente, los contrastes planeados muestran que la media de gusto por el chocolate en los grupos experimentales es significativamente diferente que la del grupo de control y que la media del gusto por el chocolate es significativamente diferente entre los dos grupos experimentales (cuadro 3.6). En resumen, los resultados de ANOVA indican que la media de los grupos en cuanto a gusto por el chocolate es significativamente diferente. Recordemos que el propósito es utilizar la variable Gusto como una covariable que depure los efectos de la variable experimental. Sin embargo, para evitar problemas de dependencia entre la covariable y la variable experimental, es necesario que los grupos no difieran significativamente. Como se dijo, los resultados de ANOVA muestran que la media de los grupos con respecto al gusto por el chocolate es significativamente diferente. Por tanto, el gusto por el chocolate no debería ser utilizado como una covariable pues muy probablemente no se cumpla el supuesto de independencia.

Cuadro 3.4 Prueba de homogeneidad de la varianza

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
2.15	2	66	.125

Cuadro 3.5 Ajuste del modelo ANOVA (gusto por el chocolate como dependiente)

	Suma de cuadrados	gl	Media Cuadrática	F	Sig.
Inter-grupos	251.681	2	125.841	71.438	.000
Intra-grupo	116.261	66	1.762		
Total	367.942	68			

Cuadro 3.6 Contrastes (gusto por el chocolate como dependiente)

		Contraste	Valor del contraste	Error Típico	l	gl	Sig. (Bilateral)
Variable que indica el gusto por el chocolate en una escala de 1 a 10 donde 1 es no le gusta nada y 10 le gusta mucho	Asumiendo igualdad de varianzas	1	7.61	.678	11.224	66	.000
	No asumiendo igualdad de varianzas	2	1.61	.391	4.110	66	.000
	Asumiendo igualdad de varianzas	1	7.61	.707	10.756	39.064	.000
	No asumiendo igualdad de varianzas	2	1.61	.374	4.306	39.678	.000

3.3.2 Homogeneidad en las Pendientes de Regresión

Cuando se lleva a cabo un ANCOVA, se analiza en general la relación entre la variable resultado y la covariable: se ajusta la línea de regresión al total de los datos ignorando a qué grupo pertenece una persona. Si este modelo general ajusta, se asume que esta relación es verdadera para todos los grupos. Este supuesto es conocido como: supuesto de homogeneidad en las pendientes de regresión. Una forma de ilustrar este supuesto es la siguiente: imagine un gráfico de dispersión para cada grupo de participantes. En el eje de las X se sitúa la covariable, y en el eje de la Y la variable resultado. Si el supuesto se cumple, entonces al calcular y dibujar la línea de regresión en cada uno de estos gráficos, éstos lucirían más o menos iguales (es decir, el valor beta en cada grupo debería ser el mismo).

El supuesto de homogeneidad en las pendientes de regresión significa que la relación entre la variable dependiente y la covariable es la misma en cada grupo (el mismo beta o muy semejante para todos los grupos).

Es cierto que, tradicionalmente, un modelo ANCOVA con pendientes de regresión heterogéneas es probablemente fuente de problemas. Sin embargo, hay situaciones en las que se podría esperar que las pendientes de regresión sean diferentes a través de los grupos. Por ejemplo, si se hace una investigación que tome lugar en diferentes localizaciones, es razonable esperar que los efectos difieran a través de las distintas localizaciones. Imagine que desea analizar los efectos de las estrategias de precios sobre la intención de compra de chocolates en diferentes países. En este contexto se podría esperar que el efecto de las estrategias de precios (variable experimental) difiera a lo largo de los países (debido a diferencias culturales, hábitos alimentarios, entre otras cosas). En resumen, la heterogeneidad en las pendientes de regresión no es algo malo *per se*. Si la violación del supuesto de homogeneidad en las pendientes de regresión (variabilidad en las pendientes) es una hipótesis interesante para el lector, entonces puede modelar esta variación; pero para ello requiere de los Modelos Lineales Multinivel.

3.3.2.1 ¿Qué hacer si se violan los supuestos?

Hay una serie de alternativas para reducir las posibles fuentes de sesgo en los datos. Sin ser exhaustivos, a continuación se señalan cuatro métodos comúnmente empleados para corregir problemas con los datos:

- i. Eliminar los casos con valores extremos (aquellos que se consideran *outliers*)
- ii. Hacer análisis con métodos más robustos (típicamente supone hacer *bootstrapping*)
- iii. Transformar los datos (esto supone aplicar una función matemática a los datos con la finalidad de corregir sesgos. Puedes ser; transformación logarítmica, transformación al cuadrado, entre otras).

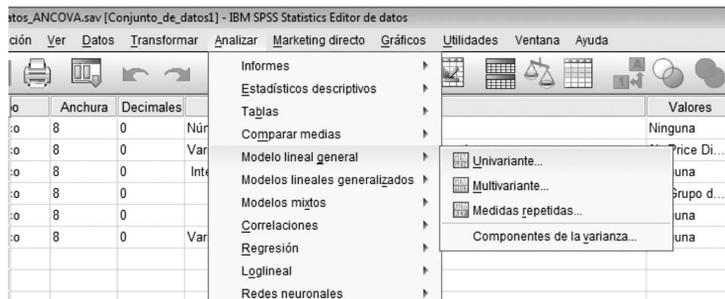
De todas estas opciones, el uso de métodos robustos (*bootstrapping*) es quizá la más atractiva ya que ésta es capaz de hacer estimaciones estadísticas confiables incluso cuando el supuesto de normalidad no se cumple. Así pues, cuando no se cumplen los supuestos en ANCOVA una alternativa muy útil es emplear *bootstrapping*.

3.4 Estimación de ANCOVA a través de SPSS

En general el procedimiento es muy semejante al de ANOVA (de un factor), en ambos casos se trata de un modelo lineal. El caso que se desarrollará en esta ocasión es una versión extendida del empleado en ANOVA. Por tanto, lo que interesa es conocer los efectos de las Estrategias de Precios (Precio de Descuento y *BonusPack*) sobre la intención de compra de chocolates utilizando como covariable el gusto de cada uno de los participantes por el chocolate. Los datos incluyen la variable dependiente *Intención de Compra* que fue medida a través de una escala Likert de 7 puntos. Asimismo, incluyen la variable independiente (experimental) denominada *Estrategias de Precios* que toma los siguientes valores: 3=DescuentoNovel, 2=*BonusPack*, 1=Grupo de Control). Finalmente, incluyen la variable “gusto” medida mediante una escala de 10 puntos.

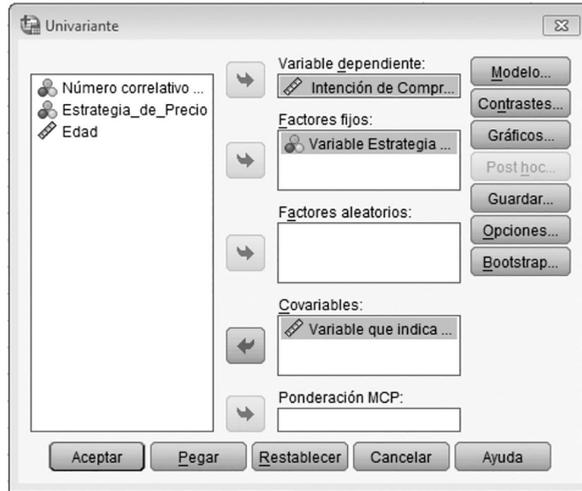
Para estimar ANCOVA en SPSS, en el menú selecciona Analizar→Modelo lineal general→Univariante. Al hacerlo se abrirá el menú principal de ANCOVA.

Figura 3.5 ANCOVA de un factor



El cuadro de diálogo principal (figura 3.6) es muy semejante al de ANOVA con la particularidad de que éste cuadro le permite incluir covariables. Para nuestro ejercicio, seleccionaremos como variable dependiente la Intención de compra (se incluirá en el recuadro correspondiente a la variable dependiente). En el recuadro titulado Factores Fijos se incluye la variable independiente (experimental); se incluirá la variable Estrategias de Precios. Finalmente, en el recuadro de covariables se deberá incluir la variable Gusto (la variable que mide el gusto por el chocolate).

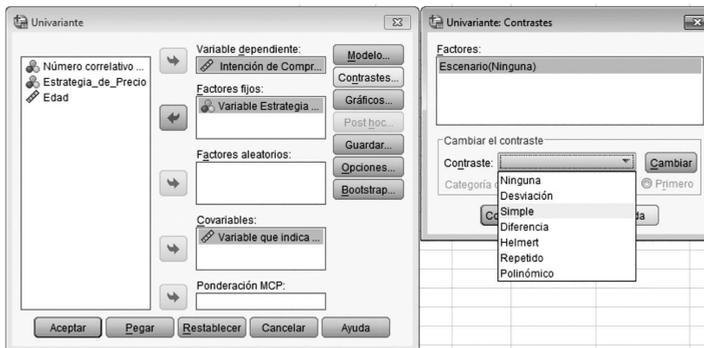
Figura 3.6 Menú principal ANCOVA



3.4.1 Contrastes

Como ocurría en ANOVA, en ANCOVA también es posible hacer contrastes. Sin embargo, en este caso, los test *post hoc* no pueden ser estimados. Observe que al momento de incluir la covariable en el menú principal, la casilla de *Post_hoc* se desactivó. Los test *post hoc* no están diseñados para situaciones en las que se especifican covariables.

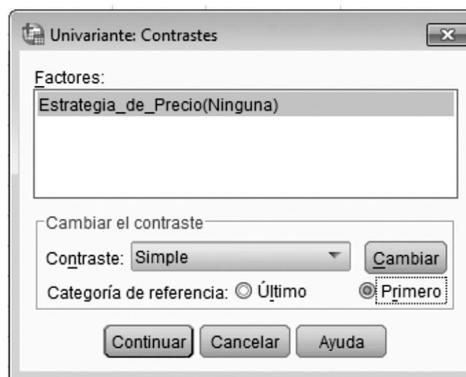
Figura 3.7 Menú contrastes ANCOVA



Para hacer los contrastes es necesario dar clic en el botón “Contrastes” (figura 3.7). El cuadro de diálogo es distinto al de contrastes planeados que se utilizó en ANOVA. Notará que ya no se pueden incluir los códigos para especificar los contrastes. En su lugar, SPSS abre la opción para especificar uno de los distintos contrastes estándar que ofrece. La lista de contrastes estándar es la misma que se analizó en ANOVA (véase cuadro 2.9). En el ejemplo que aquí se desarrolla, que incluye un grupo de control (que fue codificado como el primer grupo=1), un buen contraste puede ser el “Contraste Simple” que compara cada grupo experimental con el grupo de control. Para seleccionar un contraste en específico (dentro del menú contrastes), se debe acceder a la pestaña contraste y elegir de la lista el contraste que se desea. En este caso puede elegirse “Simple”.

En el Contraste Simple se tiene la opción de seleccionar la categoría de referencia (aquella categoría frente a la que se han de comparar el resto de las categorías). SPSS tiene preseleccionada la última categoría; sin embargo, dado que en nuestros datos, el grupo de control corresponde a la primera categoría (1=Grupo de Control) es necesario cambiar esta opción y marcar “primero”, indicando a SPSS que que se comparen las dos estrategias de precios respecto a la primera categoría (véase figura 3.8), frente al grupo de control (evidentemente, esto siempre que el Grupo de Control haya sido codificado= 1).

Figura 3.8 Contrastes ANCOVA



3.4.2 Opciones

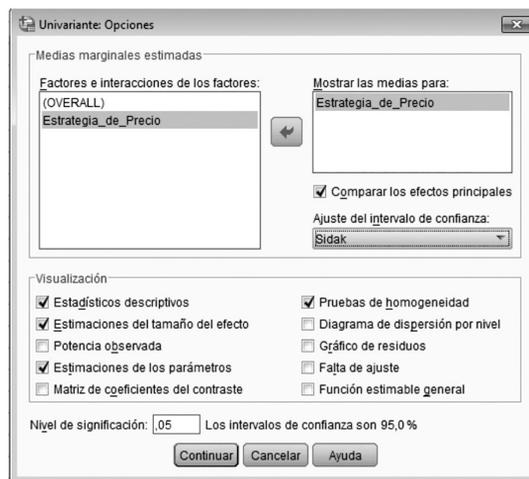
Se puede acceder a un rango limitado de test *post hoc* a través del menú Opciones (figura 3.9). Para especificar los test *post hoc*, debe darse clic (en el menú principal) al botón de Opciones, una vez dentro del menú de opciones se elige la variable independiente (en nuestro caso, Estrategia de Precio) y pasarla al recuadro: Mostrar Medias. Una vez hecho esto, activa la casilla: Comparar los efectos principales. Al

seleccionar la casilla, se activará la pestaña de “Ajuste del intervalo de confianza”. Al hacer comparaciones por parejas, se incrementa la probabilidad del error del Tipo 1 (rechazar una hipótesis nula cuando no debería rechazarse), y tiene que hacer ajustes que controlen el error del Tipo 1. SPSS ofrece tres ajustes del intervalo de confianza.

1. La primera opción DMS (ninguna) no realiza ningún ajuste, solo hace un *post hoc* DMS Tukey (esta opción no es recomendada);
2. La segunda opción hace una corrección Bonferroni (recomendado). Recuerde que la corrección Bonferroni es útil cuando se incrementa la probabilidad del error del Tipo 1 debido a la estimación de múltiples test de significancia dentro de un mismo modelo. Bonferroni conduce a un test bastante conservador y que carece de poder estadístico; y
3. La tercera opción es hacer una corrección Sidák (recomendado). La corrección Sidák es semejante a la corrección Bonferroni pero es menos conservadora. Al hacer esto, SPSS hará los test *post hoc* para la variable Estrategias de Precios y creará una tabla con las medias marginales estimadas para esta variable. Estas medias proporcionan una estimación de la media de cada grupo ajustada por el efecto de la covariable.

Finalmente, en el apartado de visualización, los *Estadísticos Descriptivos* producirán una tabla con la media y desviación estándar de cada grupo, *Estimaciones del tamaño del Efecto* producirá el valor parcial de eta cuadrada, *Estimaciones de los parámetros* y las *Pruebas de homogeneidad* producirán el test de Levene que analiza el supuesto de homogeneidad de la varianza.

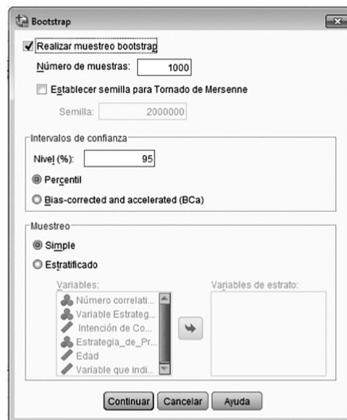
Figura 3.9 Menú opciones ANCOVA



3.4.3 Bootstrapping

La opción de *Bootstrapping* calcula los intervalos de confianza *bootstrap* de las medias marginales estimadas, los parámetros estimados y los test *post hoc*. Se da clic al botón *Bootstrap* y en *Realizar muestreo Bootstrap*, Intervalos de confianza al 95% (percentil), muestreo simple.

Figura 3.10 Menú *Bootstrap* ANCOVA



3.5 Resultados

El cuadro 3.7 muestra los resultados del test de Levene; éstos son significativos indicando que la varianza de los grupos no es igual (es decir, se viola el supuesto de homogeneidad de la varianza). Dado que ANCOVA es un modelo lineal, lo que en realidad importa es la homogeneidad de sus residuos (esto no es lo que analiza el test de Levene). Lo ideal es que se analicen algunos gráficos de los residuos y si se hace re-muestreo (*bootstrap*) de los parámetros estimados y los test *post hoc*, entonces se puede confiar en que sean robustos.

Cuadro 3.7 Contraste de Levene sobre la igualdad de las varianzas error

Variable dependiente : Intención de Compra

F	gl1	gl2	Sig.
11.061	2	66	.000

Constrasta la hipótesis nula de que la varianza error de la variable dependiente es igual a lo largo de todos los grupos.

a. Diseño: Intersección+Gusto+Estrategia_de_Precio

El formato de la tabla ANCOVA es muy semejante al de ANOVA sin covariable, excepto que hay una línea de información adicional sobre la covariable (gusto por el chocolate). Si se observa el nivel de significancia notará que el efecto de la covariable sobre la intención de compra (variable dependiente) no es significativo: $p = .894$. Así pues, la intención de compra de chocolates, de acuerdo con los datos empleados, no es influenciada por el gusto de los participantes hacia el chocolate. Lo mismo en el caso de la variable experimental (independiente), las estrategias de precios muestran un efecto que no es significativo sobre la intención de compra: $p = .146$. Se debe tomar en cuenta que, de acuerdo con el análisis previo entre la covariable y la variable experimental (sección 3.3.1) no hay independencia entre el gusto por el chocolate y las Estrategias de precio. Al analizar ambas variables se observa que hay diferencias significativas en cuanto al gusto por el chocolate si se pronostica con base en las Estrategias de Precio. En resumen, hay varianza compartida entre la covarianza y las Estrategias de precio (variable experimental) con lo cual no debería usarse el gusto por el chocolate como covariable. Con esto en mente, no es de extrañar que el efecto de la covariable y la variable experimental no fueran significativos¹⁸.

Cuadro 3.8 Pruebas de efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Intención de Compra

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media Cuadrática	F	Sig.	Eta al cuadrado parcial
Modelo corregido	31,904	3	10,635	3,902	,013	,153
Intersección	61,049	1	61,049	22,398	,000	,256
Gusto	,049	1	,049	,018	,894	,000
Estrategia_de_Precio	10,809	2	5,404	1,983	,146	,058
Error	177,168	65	2,726			
Total	1,638,000	69				
Total Corregida	209,072	68				

a. R cuadrado=, 153 (R cuadrado corregida=.113)

Si se exploraran los datos y se solicitara la media de intención de compra por cada uno de los grupos, podría notarse que la media del grupo de control es de 3.78;

¹⁸ ¿Cómo interpretar si hubiera un efecto significativo de la covariable? La intención de compra se ve influida por el gusto por el chocolate de los participantes.

mientras que la media del grupo *Bonus pack* es de 4.43 y, finalmente, la media del grupo Precio de Descuento es de 5.43 (véase cuadro 2.2). Sin embargo, en el caso de ANCOVA no se utilizan esas medias para interpretar los efectos porque éstas no han sido ajustadas considerando el efecto de la covarianza. Las medias originales no dicen nada respecto a las diferencias entre los grupos reflejadas por un ANCOVA significativo. El cuadro 3.9 ofrece los valores ajustados de la media de los grupos; estos son los valores que se han de utilizar para la interpretación.

Cuadro 3.9 Estimaciones, ANCOVA

Variable dependiente: Intención de Compra

Estrategia de Precio	Media	Error típ	Intervalo de confianza 95%		Bootstrap para Media ^{na}			
			Límite inferior	Límite superior	Sesgo	Error Típ	Intervalo de confianza 95%	
							Inferior	Superior
Grupo de Control (Precio de Referencia)	3,835	,519	2,798	4,871	-,006	,627	2,666	5,129
Grupo BonusPack	4,425	,351	3,723	5,127	-,024	,350	3,680	5,043
Grupo DescuentoNovel	5,392	,468	4,457	6,327	-,006	,440	4,392	6,148

a. Las covariables que aparecen en el modelo se evalúan en los siguientes valores: Variable que indica el gusto por el chocolate en una escala de 1 a 10 donde 1 no le gusta nada y 10 le gusta mucho =5,97.
na. A no ser que se indique lo contrario, los resultados autocorregidos se basan en 1000 bootstrap samples

Los cuadros 3.10 y 3.11: Estimaciones de los parámetros y *Bootstrap* para Estimaciones de los parámetros. Muestran los resultados de una regresión empleando como variable Estrategias de Precios dividida en variables *dummy*. Las variables *dummy* son codificadas utilizando la última categoría como categoría de referencia (la categoría codificada con el valor más alto en el editor de datos; en este caso se trató de Estrategias de Precio de Descuento). La categoría de referencia [etiquetada: Estrategia_de_precio=3] toma valor cero. Estrategia_de_precio=2 representa, por tanto, la diferencia entre el grupo codificado 2 (*BonusPack*) y la categoría de referencia (Precio de Descuento). Mientras que Estrategia_de_precio=1 representa la diferencia entre el grupo codificado como 1 (grupo de control) y la categoría de referencia (Precio de Descuento). Los valores beta representan las diferencias entre las medias ajustadas que se observaron en el cuadro 3.9 (el beta del grupo de control es igual a la media ajustada del grupo de control menos la media ajustada del Precio de Descuento: $3.835 - 5.392 = -1.557$, mientras que el beta del *BonusPack* es igual a la media ajustada del grupo *BonusPack* menos la media ajustada del Precio de Descuento: $4.425 - 5.392 = -967$). Por su parte, la significancia indica si estas

diferencias son significativas. Con base en los niveles de significancia e Intervalos de confianza *Bootstrap*, se concluye que no hay diferencias significativas entre los grupos. Finalmente, las Estimaciones de los parámetros también ofrecen el beta de la covariable y su respectivo nivel de significancia. Este valor indica, por ejemplo, que si el gusto por el chocolate incrementa en una unidad, entonces la intención de compra incrementaría en .021 unidades; esto dado que el coeficiente es positivo. No obstante, éste no es significativo.

Cuadro 3.10 Estimaciones de los parámetros

Variable dependiente: Intención de Compra

Parametro	B	Error típ	t	Sig.	Intervalo de confianza 95%		Eta al cuadrado parcial
					Límite inferior	Límite superior	
Interseccion	5269	1,279	4,121	,000	2,715	7,823	,207
Gusto	,021	,153	,134	,894	-,285	,326	,000
[Estrategia_de precio=1]	-1557	,857	-1,817	,074	-3,270	,155	,048
[Estrategia_de precio=2]	-,967	,546	-1,772	,081	-2,057	,123	,046
[Estrategia_de precio=3]	0 ^a

a. Al parámetro se le ha asignado el valor cero porque es redundante.

Cuadro 3.11 *Bootstrap* para Estimaciones de los parámetros

Variable dependiente: Intención de Compra

Parámetro	B	Bootstrap ^a				
		Sesgo	Error Tip.	Sig.(bilateral)	Intervalo de confianza 95%	
					Inferior	Superior
Interseccion	5,269	,008	1,321	,003	2,484	7,902
Gusto	,021	-,001	,158	,885	-,299	,343
[Estrategia_de precio=1]	-1,557	,001	,960	,106	-3,320	,493
[Estrategia_de precio=2]	-,967	-,018	,496	,061	-1,967	,004
[Estrategia_de precio=3]	0	0	0		0	0

a. A no ser que se indique lo contrario, los resultados autodecimantes se basan en 1000 bootstrap samples

3.5.1 Contrastes

Los cuadros 3.12 y 3.13: Comparaciones por Pares y *Bootstrap* para Comparaciones por Pares (respectivamente), muestran los resultados de la corrección Sidak para comparaciones *post hoc*. Se interpretará la significancia e intervalos de confianza *Bootstrap* dado que es más robusto. Los resultados muestran que no hay diferencias significativas entre el grupo de control y los grupos *BonusPack* ($p = .447$) y Precio de Descuento ($p = .106$). Tampoco hay diferencias significativas entre el Grupos *BonusPack* y Precio de Descuento ($p = .061$).

Cuadro 3.12 Comparaciones por pares

Variable dependiente: Intención de Compra

(I) Estrategia de Precio	(J) Estrategia de Precio	Diferencia de medias (I-J)	Sesgo	Error Típ	Sig. (bilateral)	Intervalo de confianza 95%	
						Inferior	Superior
Grupo de Control (Precio de Referencia)	Grupo BonusPack	-,590	,019	,770	,447	-1,976	1,033
	Grupo DescuentoNovel	-1,557	,001	,960	,106	-3,320	,493
Grupo BonusPack	Grupo de Control (Precio de Referencia)	,590	-,019	,770	,447	-1,033	1,976
	Grupo DescuentoNovel	-,967	-,018	,496	,061	-1,967	,004
Grupo DescuentoNovel	Grupo de Control (Precio de Referencia)	1,557	-,001	,960	,106	4,493	3,320
	Grupo BonusPack	,967	,018	,496	,061	,004	1,967

a. A no ser que indique lo contrario, los resultados autodocimantes se basan en 10000 bootstrap samples

Cuadro 3.13 *Bootstrap* para comparaciones por pares

Variable dependiente: Intención de Compra

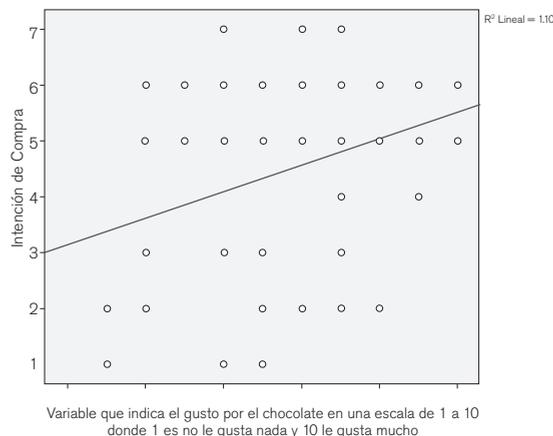
(I) Estrategia de Precio	(J) Estrategia de Precio	Diferencia de medias (I-J)	Bootstrap ^a				
			Sesgo	Error Típ	Sig. (bilateral)	Intervalo de confianza 95%	
						Inferior	Superior
Grupo de Control (Precio de Referencia)	Grupo BonusPack	-,590	,019	,770	,447	-1,976	1,033
	Grupo DescuentoNovel	-1,557	,001	,960	,106	-3,320	,493
Grupo BonusPack	Grupo de Control (Precio de Referencia)	,590	-,019	,770	,447	-1,033	1,976
	Grupo DescuentoNovel	-,967	-,018	,496	,061	-1,967	,004
Grupo DescuentoNovel	Grupo de Control (Precio de Referencia)	1,557	-,001	,960	,106	-,493	3,320
	Grupo BonusPack	,967	,018	,496	,061	-,004	1,967

a. A no ser que indique lo contrario, los resultados autodocimantes se basan en 10000 bootstrap samples

3.5.2. Interpretar la covariable

Ya se ha mencionado en Estimaciones de parámetros cómo interpretar a la covariable: el signo del beta indica la dirección del efecto/relación entre la variable dependiente y la covariable (positiva o negativa). En este ejemplo, el valor de beta fue positivo, indicando que a medida que incrementa el gusto por el chocolate entre los participantes, también lo hace su intención de compra. Otra forma de identificar esta relación es mediante un gráfico de dispersión de la covariable frente a la variable resultado. El gráfico 3.1 muestra que el efecto de la covariable es que a medida que incrementa el gusto por el chocolate, incrementa la intención de compra de chocolate.

Gráfico 3.1 Expresión gráfica de la covariable

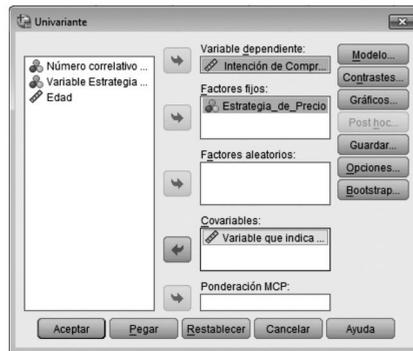


3.5.3. Evaluar el supuesto de Homogeneidad en las Pendientes de Regresión

Antes vimos que el supuesto de homogeneidad de las pendientes de regresión significa que la relación entre la covariable y la variable resultado (las variables gusto por el chocolate e intención de compra del chocolate) deben ser semejantes en los distintos niveles de la variable independiente/experimental (en este caso Estrategias de Precios).

Para evaluar el supuesto de homogeneidad en las pendientes de regresión tenemos que volver a ANCOVA, pero en esta ocasión se usarán modelos personalizados. Para ello, acceda al menú principal (Analizar→Modelo lineal general→Univariante) y coloque las variables de la misma forma que lo hizo previamente en ANCOVA. Para personalizar el modelo se da clic al botón Modelo (véase figura 3.11).

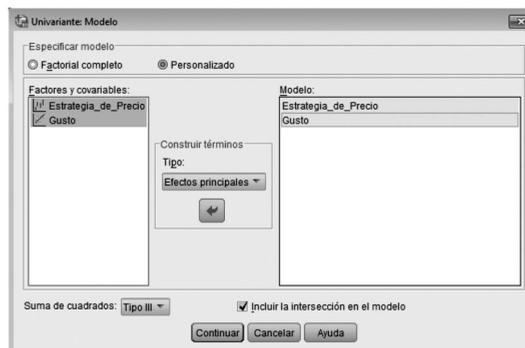
Figura 3.11 Homogeneidad de las pendientes de regresión



Al dar clic en el botón Modelo, se abrirá un cuadro de diálogo en el que encontrará del lado izquierdo las variables independiente que componen el modelo (figura 3.12). Para evaluar el supuesto de homogeneidad en las pendientes de regresión, es necesario especificar un modelo que incluya la interacción entre la covariable y la variable independiente. Ordinariamente, ANCOVA incluye únicamente los efectos principales de la covariable (gusto) y la variable independiente (Estrategias de Precios) pero no incluye el efecto de interacción. Para evaluar el efecto de interacción, es importante que se conserven los efectos principales tanto de Gusto como de Estrategias de Precios, de modo que el efecto de interacción sea evaluado controlando estos efectos principales.

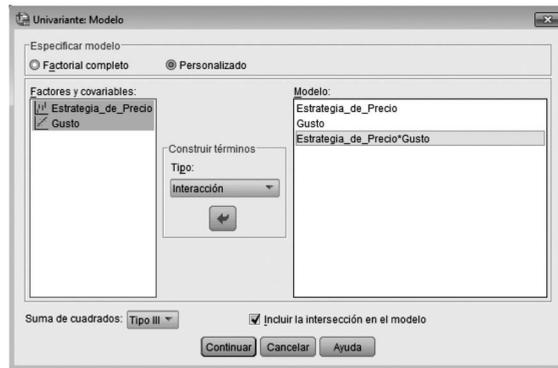
Una vez en el menú Modelo, se toman las variables (Estrategia de Precios y Gusto), en construir términos se selecciona Efectos Principales y se pasan al modelo. La anterior acción indicará los efectos principales de la Covariable y de la Variable Independiente.

Figura 3.12 Modelo personalizado efectos principales



Posteriormente, se incluye el efecto de interacción para ello (manteniendo seleccionadas las variables), en construir términos se solicita: Interacción. Hecho esto, se selecciona continuar para volver al menú principal y, posteriormente, aceptar para correr el análisis.

Figura 3.13 Modelo personalizado efecto de interacción



El cuadro 3.14: Pruebas de los efectos inter-sujetos muestra el resumen principal de ANCOVA, incluida la interacción. En ella, se analiza la significancia de la interacción (Estrategia_de_Precio*Gusto). Si el efecto es significativo, entonces el supuesto de homogeneidad en las pendientes de regresión ha sido violado y no se sostiene el supuesto. En este caso, el efecto de interacción no es significativo ($p = .431$) por lo tanto se sostiene el supuesto de homogeneidad en las pendientes de regresión.

Cuadro 3.14 Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: Intención de Compra

Origen	Suma de Cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	36,581 ^a	5	7,316	2,672	,030
Intersección	53,797	1	53,797	19,649	,000
Estrategia_de_precio	9,966	2	4,983	1,820	,170
Gusto	,207	1	,207	,076	,784
Estrategia_de_Precio *	4,677	2	2,339	,854	,431
Gusto					
Error	172,491	63	2,738		
Total	1638,00	69			
Total corregida	209,072	68			

a. R cuadrado= ,175 (R cuadrado corregida= ,109)

3.5.4. Calcular el tamaño del efecto

En el capítulo anterior se aprecia que eta cuadrada (n^2) es una medida del tamaño del efecto en ANOVA. Este efecto es muy semejante al r cuadrado; por tanto, se calcula dividiendo la varianza del modelo (SS_M) entre el total de la varianza (SS_T). Eta cuadrado representa una proporción de la varianza total explicada por el modelo. ANCOVA tiene más de un efecto; por lo tanto, eta cuadrado se calcula por cada efecto. Adicionalmente, se puede utilizar una medida del tamaño del efecto llamada eta cuadrado parcial (*partial* n^2). Esta difiere de eta cuadrado en que, en lugar de representar una proporción del total la varianza explicada por el modelo; explica una proporción de la varianza que *no es explicada* por otras variables en el análisis. En nuestro ejemplo, supongamos que se desea conocer el tamaño del efecto de las Estrategias de Precios. Eta cuadrado parcial es la proporción de la varianza en Intención de Compra que comparte con las Estrategias de Precios y que no es atribuida al Gusto por el chocolate (Covariable). SPSS produce eta cuadrado parcial y de hecho, en el ejercicio que se desarrolla se solicitó (en el menú opciones del cuadro de diálogo principal de ANCOVA, se seleccionó: *Estimaciones del tamaño del efecto*). Los resultados muestran que las Estrategias de Precios explican una proporción de la varianza mayor (.058) que la proporción de la varianza explicada por el Gusto por el chocolate (.000) [cuadro 3.15].

Cuadro 3.15 Tamaño del efecto Eta al cuadrado parcial

Variable dependiente: Intención de Compra

Origen	Suma de Cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.	Eta al cuadrado parcial
Modelo corregido	31,904	3	10,635	3,902	,013	,153
Intersección	61,049	1	61,049	22,398	,000	,256
Gusto	,049	1	,049	,018	,894	,000
Estrategia_de_Precio *	10,809	2	5,404	1,983	,146	,058
Error	177,168	65	2,726			
Total	1,638,000	69				
Total corregida	209,072	68				

a. R cuadrado= ,153(R cuadrado corregida= ,113)

Aunque SPSS calcula los valores de eta cuadrado parcial, éstos pueden ser fácilmente calculados a través de la siguiente ecuación:

$$n^2 \text{ parcial} = \frac{SS_{Modelo}}{SS_{Modelo} + SS_{Residuo}}$$

$$n^2 \text{ parcial} = \frac{SS_{Estrategia\ de\ Precio}}{SS_{Estrategia\ de\ Precio} + SS_{Error}}$$

$$n^2 \text{ parcial} = \frac{10.809}{10.809 + 177.168}$$

$$n^2 \text{ parcial} = \frac{10.809}{187.977} = .0575$$

3.6. Reportar resultados de ANCOVA

El reporte de resultados en ANCOVA es muy semejante a ANOVA, excepto que ahora se necesita reportar el efecto de la covariable. Tanto para la covariable como para la variable experimental se dan detalles del ratio-F y los grados de libertad a partir de los cuales se calculó el ratio. En ambos casos, F se obtuvo de dividir la Media Cuadrática del Efecto entre la Media Cuadrática del Error. Por lo tanto, la forma correcta de reportar los resultados es:

El efecto de la covariable gusto por el chocolate, sobre la intención de compra de chocolates no fue significativo $F(1, 65) = .018$; $p = .894$; $\text{parcial } n^2 = .000$. El efecto de la variable experimental Estrategias de Precio sobre la intención de compra de chocolates tampoco fue estadísticamente significativo $F(2, 65) = 1.98$; $p = .146$; $\text{parcial } n^2 = .058$.

También se puede reportar sobre los contrastes (véase tabla de Estimación de los Parámetros):

Los contrastes planeados revelan que, frente al grupo de Precio de Descuento, formar parte del grupo de control disminuye la Intención de Compra de chocolate. Sin embargo, este efecto no es significativo $t = -1.817$; $p = .07$. Lo mismo en el caso de las estrategias de precio *BonusPack* que frente a las Estrategias de Precio de Descuento, disminuye la intención de compra. Nuevamente este efecto no es significativo $t = -1.772$; $p = .08$.

Bibliografía

- Acock, A. C. (2008). *A gentle introduction to Stata*. Stata press.
- Aydinli, A., Bertini, M., y Lambrecht, A. (2014). "Price promotion for emotional impact". *Journal of Marketing*, 78(4), 80-96.
- Chen, H., Marmorstein, H., Tsiros, M., y Rao, A. R. (2012). "When more is less: The impact of base value neglect on consumer preferences for Bonus packs over price discounts". *Journal of Marketing*, 76(4), pp. 64-77.
- Chen, H., y Rao, A. R. (2007). "When two plus two is not equal to four: Errors in processing multiple percentage changes". *Journal of Consumer Research*, 34(3), 327-340.
- Diamond, W. D., y Sanyal, A. (1990). "The effect of framing on the choice of supermarket coupons in NA-". *Advances in Consumer Research*, Vol. 17.
- Estelami, H. (2003). "The effect of price presentation tactics on consumer evaluation effort of multidimensional prices". *Journal of Marketing Theory and Practice*, 11(2), pp. 1-16.
- Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics*. SAGE.
- Hardesty, D. M., y Bearden, W. O. (2003). "Consumer evaluations of different promotion types and price presentations: The moderating role of promotional benefit level". *Journal of Retailing*, 79 (1), pp. 17-25.
- Heath, T. B., Chatterjee, S., y France, K. R. (1995). "Mental Accounting and Change in Price: The Frame Dependence of Preference Dependence". *Journal of Consumer Research*, 22(1), pp. 90-97.
- Kim, H. M., y Kramer, T. (2006). "'Pay 80%' versus 'get 20% off': The effect of novel discount presentation on consumers' deal perceptions". *Marketing Letters*, 17(4), pp. 311-321.
- Kirk, R. E. (1996). "Practical significance: A concept whose time has come". *Educational and Psychological Measurement*, 56(5), pp. 746-759.
- Lee, J. E., y Chen-Yu, J. H. (2018). "Effects of price discount on consumers' perceptions of savings, quality, and value for apparel products: mediating effect of price discount affect". *Fashion and Textiles*, 5(1), p. 13.
- Lord, F.M. (1969). "Statistical adjustments when comparing preexisting groups". *Psychological Bulletin*, 72(5), p. 336.
- Mishra, A., y Mishra, H. (2011), "The influence of price discount versus bonus pack on the preference for virtue and vice foods". *Journal of Marketing Research*, 48(1), pp. 196-206.
- Morwitz, V. G., Greenleaf, E. A., y Johnson, E. J. (1998). "Divide and prosper: Consumers' reactions to partitioned prices". *Journal of Marketing Research*, 35(4), pp. 453-463.
- O'Neill, R. M., y Lambert, D. R. (2001). "The emotional side of price". *Psychology & Marketing*, 18(3), pp. 217-237.

- Scariano, S. M., y Davenport, J. M. (1987). "The effects of violations of independence assumptions in the one-way ANOVA". *The American Statistician*, 41(2), p. 123-129.
- Stevens, J. P. E. (2012). *Applied multivariate statistics for the social sciences*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Stock, J. H., y Watson, M. W. (2012). *Introducción a la Econometría*. Pearson.
- Tomarken, A. J., y Serlin, R. C. (1986). "Comparison of ANOVA alternatives under variance heterogeneity and specific noncentrality structures". *Psychological Bulletin*, 99(1), 90.
- Wildt, A. R. y Ahtola, O. (1978). *Analysis of covariance*. Sage University Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences. CA: Sage.

Análisis de la Varianza con SPSS de José Ignacio Azuela Flores, publicado por la Universidad Autónoma de Tamaulipas y Colofón, se terminó de imprimir en octubre de 2020 en los talleres de Ultradigital Press S.A. de C.V. Centeno 195, Col. Valle del Sur, C.P. 09819, Ciudad de México. El tiraje consta de 400 ejemplares impresos de forma digital en papel Cultural de 75 gramos. El cuidado editorial estuvo a cargo del Consejo de Publicaciones UAT.

